

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JULIANO JORGE SCREMIN

ANÁLISE TERMO-ELÁSTICA 2D
VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
APLICADA A ESTIMATIVA DE FALHA EM BARRAGENS DE CCR

CURITIBA

2011

JULIANO JORGE SCREMIN

ANÁLISE TERMO-ELÁSTICA 2D
VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
APLICADA A ESTIMATIVA DE FALHA EM BARRAGENS DE CCR

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências, área de concentração em Mecânica Computacional. Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – PPGMNE, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado
Co-Orientadora: Profa. Dra. Mildred Ballin Hecke

CURITIBA

2011

S433a

Scremin, Juliano Jorge

Análise termo-elástica 2D via método dos elementos finitos aplicada a estimativa de falha em barragens de CCR / Juliano Jorge Scremin. – Curitiba, 2011.

191f. : il. color. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, 2011.

Orientador: Roberto Dalledone Machado -- Coorientador: Mildred Ballin Hecke.

Bibliografia: p. 134-138.

1. Concreto compactado a rolo. 2. Método dos elementos finitos. 3. Análise elástica (Engenharia). I. Universidade Federal do Paraná. II. Machado, Roberto Dalledone III. Hecke, Mildred Ballin. IV. Título.

CDD: 627.82

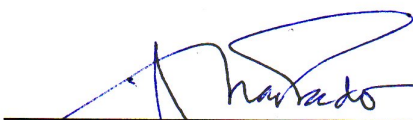
TERMO DE APROVAÇÃO

Juliano Jorge Scremin


“Análise Termo-Elástica 2D Via Método dos Elementos Finitos Aplicada a Estimativa de Falha em Barragens de CCR”

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Área de Concentração em Mecânica Computacional, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

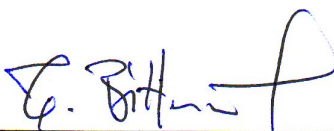
Orientador:



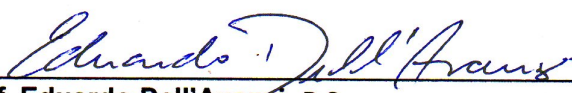
Prof. Roberto Dalledone Machado, D.Eng. (orientador)
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia -
PPGMNE da UFPR



Prof. Mildred Ballin Hecke, D.Sc. (Co-orientadora)
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia -
PPGMNE da UFPR



Prof. Túlio Nogueira Bittencourt, Dr.
Escola Politécnica da USP



Prof. Eduardo Dell'Avanzi, D.Sc.
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia -
PPGMNE da UFPR



Prof. Marco André Argente, D.Sc.
Grupo de Bioengenharia da UFPR

Curitiba, 26 de setembro de 2011.

DEDICATÓRIA

A Deus e aos Verdadeiros Pais por todas
as Bênçãos recebidas, e a todos da
Família Scremin

EPIÍGRAFE

인류의 해방도 필요하지만 인류 해방보다 먼저 하나님을 해방해야 됩니다. 그래야 인류의 해방이 뒤따른다는 사실은 누구도 생각지 않고 있습니다.

기성교회 목사들은 하나님을 영광 가운데 있는 심판의 하나님으로 알고 있습니다. 잘못 알고 있는 것입니다. 내가 알고 있는 하나님은 그렇지 않습니다. 하나님을 사망권에서 해방해야 됩니다.

문선명 총재 – 1987.6.5

A humanidade precisa de liberdade, porém, antes da libertação do ser humano é preciso que Deus seja liberto. Ninguém tem ponderado sobre o fato de que, se Deus for liberto, conseqüentemente, a humanidade também terá liberdade.

O Cristianismo tem compreendido Deus como um deus de juízo e condenação envolto em glória - isto é um mal-entendido. O Deus que eu conheço não é assim. O Deus que eu conheço é um Deus que precisa ser libertado dos domínios da morte.

Rev. Sun Myung Moon – 05 de junho de 1987

AGRADECIMENTOS

Ao professor e orientador Roberto Dalledone Machado pela orientação e empenho como exímio docente.

A professora e co-orientadora Mildred Ballin Hecke pelo incentivo e apoio nesta empreitada.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) por disponibilizar recursos financeiros durante a realização deste trabalho.

Aos amigos Diego Mascarenhas Oliva e Marco André Argenta pelas boas ideias e opiniões sinceras.

A querida Maristela Bandil por sua inesgotável dedicação aos alunos do PPGMNE.

Ao vô Tita Scremin que em espírito continua me inspirando a lutar e nunca me render.

A vó Dina Scremin pelo seu amor incondicional pelo neto.

Ao meu pai Paulo, minha mãe Célia e meus irmãos Song Jon, Song Man e Song Hyo pelo exemplo de coragem, fé e unidade que tanto me orgulham.

A minha amada esposa Carolina e meu filho Song Won pela paciência, pelo ânimo e por suportarem minha ausência ao longo da produção deste trabalho.

Ao mais novo membro da família que nascerá no ano que vem e que ainda não sabemos o sexo.

RESUMO

O presente trabalho propõe uma metodologia de análise termoelástica linear bidimensional e desacoplada, para estruturas executadas em camadas, focando especialmente nas estruturas de concreto compactado a rolo. Fazendo uso do método dos elementos finitos foi implementado um código computacional em linguagem de programação Python, uma linguagem de programação “open source”, com o propósito de viabilizar um código aberto para simulação de barragens executadas em camadas que sirva de base para futuras implementações voltadas ao projeto destas estruturas. O algoritmo desenvolvido é capaz de representar o cronograma de lançamento de camadas, com a variação do Módulo de Young de cada uma delas segundo a idade do concreto que as compõe. De maneira simplificada, após os campos de temperatura e tensão serem obtidos para todos os passos de uma análise, uma estimativa de falha é aplicada de modo a prover os dados de quando os pontos da estrutura falharam pela primeira vez.

O código desenvolvido é validado pela comparação de resultados com a versão educacional do software ABAQUS®, através da aplicação de ambos na simulação de estruturas hipotéticas encontradas em trabalhos prévios. Concluindo o trabalho, simulações que representam o processo construtivo da seção parcial do Bloco B-08 da barragem da UHE Gov. José Richa (Salto Caxias) foram feitas. Estas simulações comparam a variação de parâmetros como: condições ambientais, intervalo de tempo entre lançamento de camadas e espessura das camadas, chegando a conclusões sobre a influência destes sobre a resposta termomecânica da estrutura, especialmente no tocante a falha.

Palavras-chave: Concreto compactado com rolo. Análise termo-estrutural.
Método dos elementos finitos.

ABSTRACT

This work proposes a methodology of bi-dimensional linear uncoupled thermal-elastic analysis for structures executed in layers, especially focusing on roller compacted concrete structures. Using the finite element method, a computational code was implemented on the open source programming language Python, with the purpose to provide an open code for layered dams simulations, serving as a basis for future implementations towards the design improvement of these structures. The algorithm is able to represent the concrete layers placement schedule with the variation of the Young Modulus of each layer according to the age of the concrete. In a simplified manner, after the temperature and stress fields results are obtained for all analysis steps, a failure assessment is applied providing data about when the points of the structures failed for the first time.

The developed code is compared with the educational version of the commercial software ABAQUS®, through the application of both in the simulation of hypothetical structures found in previous works. Concluding the work, simulations representing the construction process of the partial section of Salto Caxias B-08 block were made. These simulations compared the variation of some parameters like environmental conditions, time interval between layers placement and layers thickness, reaching some conclusions about influence of these ones over the thermo-mechanical response of the structure specially about failure.

Key-words: Roller compacted concrete. Thermal-structural analysis.
Finite element method.

LISTA DE SÍMBOLOS

ΔQ	- variação da quantidade de calor (J - joule ou cal = 4,18 J)
\dot{Q}	- taxa de transferência de calor (J/s = W)
\dot{Q}_x	- componente cartesiana x da transferência de calor (J/s = W)
\dot{Q}_y	- componente cartesiana y da transferência de calor (J/s = W)
\dot{Q}_z	- componente cartesiana z da transferência de calor (J/s = W)
\dot{Q}_g	- taxa de calor gerado adiabaticamente (J/s = W)
A	- área de seção transversal (m ²)
k	- condutividade térmica (W/m.k)
ΔT	- variação de temperatura (°C)
Δx	- variação de espaço ao longo do eixo cartesiano x (m)
Δy	- variação de espaço ao longo do eixo cartesiano y (m)
Δz	- variação de espaço ao longo do eixo cartesiano z (m)
\dot{q}	- fluxo de calor (W/m ²)
\dot{q}_x	- componente cartesiana x do fluxo de calor (W/m ²)
\dot{q}_y	- componente cartesiana y do fluxo de calor (W/m ²)
\dot{q}_z	- componente cartesiana z do fluxo de calor (W/m ²)
α_T	- difusividade térmica (m ² /s)
ρ	- massa específica (Kg/m ³)
c	- calor específico (J/(Kg.K))
\dot{q}_c	- fluxo de calor convectivo (W/m ²)
h_c	- coeficiente de filme (W/m ² .K)
\dot{q}_r	- fluxo de calor radiativo (W/m ²)
T_{sup}	- temperatura da superfície do corpo (°C)
T_R	- temperatura da fonte de radiação (°C)
T_{amb}	- temperatura ambiente (°C)
ϵ_r	- emissividade radiativa de uma superfície (adimensional)
σ_B	- constante de Stefan Boltzmann (5,67 x 10 ⁻⁸ W/m ² .K ⁴)
\hat{n}	- vetor unitário normal a uma superfície
$\vec{t}_{\hat{n}}$	- vetor tensão
\vec{t}_{nn}	- componente normal do vetor tensão
\vec{t}_{ns}	- componente tangencial do vetor tensão
$[\sigma]$	- tensor de tensões de Cauchy
$[\epsilon]$	- tensor de deformações
$\{\sigma\}$	- representação matricial do tensor de tensões de Cauchy
$\{\epsilon\}$	- representação matricial do tensor de deformações
$\{\epsilon_{th}\}$	- tensor de deformações de origem térmica
α	- coeficiente de dilatação térmica (adimensional)
ν	- coeficiente de Poisson
E	- Módulo de Young
$[C]$	- matriz de conformidade (tensor de rigidez)
$[D]$	- matriz de elasticidade (tensor das relações constitutivas)
I_1, I_2, I_3	- primeiro, segundo e terceiro invariantes do tensor de tensões
J_1, J_2, J_3	- primeiro, segundo e terceiro invariantes do tensor desviador

$[\sigma]_{hidrostático}$	- tensor de tensões de hidrostático
$[\sigma]_{desviador}$	- tensor de tensões desviador
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	- tensões principais máxima, média e mínima
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$	- componentes de tensão do tensor de Cauchy paralelas aos eixos x, y, z
$\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$	- componentes de deformação do tensor de deformações paralelas aos eixos x, y, z
S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}	- componentes de tensão do tensor de tensões desviador paralelas aos eixos x, y, z
σ_{ys}	- tensão de escoamento de um material em cisalhamento puro
σ_{yt}	- tensão de escoamento de um material em ensaio de tração simples
$\sigma_{von Mises}$	- tensão de von Mises
a, b	- semieixos da elipse base do critério de Willam-Warnke
r_c, r_t	- vetores posição extremos da definição da elipse base do critério de Willam-Warnke
$r(\theta)$	- raio da elipse base do critério de Willam-Warnke em função do ângulo de Lode
f_c	- resistência a compressão do concreto
f_t	- resistência a tração do concreto
f_b	- resistência a compressão equibiaxial do concreto
σ_m	- componente de tensão normal média
τ_m	- componente de tensão de cisalhamento média
k_r	- coeficiente de radiação térmica
\bar{q}	- fluxo prescrito
Ω	- domínio de uma estrutura discretizada
Γ	- contorno de uma estrutura discretizada
Γ_N	- região do contorno onde são aplicados fluxos prescritos
Γ_C	- região do contorno onde são aplicados fluxos convectivos
Γ_R	- região do contorno onde são aplicados fluxos de calor radiativo
Γ_P	- região do contorno onde são aplicados fluxos pontuais de calor
Γ_T	- região do contorno onde as temperaturas são prescritas
$[N]$	- matrizes de funções de forma para o domínio
$[N]_\Gamma$	- matrizes de funções de forma para o contorno
$\{T\}$	- campo de temperaturas nodais
$\{T\}(t)$	- campo de temperaturas nodais variável com o tempo
$\{\dot{T}\}$	- derivada temporal do campo de temperaturas
$[\bar{B}]$	- matriz de derivadas das funções de forma para a análise térmica
$[B]$	- matriz de derivadas das funções de forma para a análise estrutural
$[\bar{C}]$	- matriz de capacidade térmica
$[K_k]$	- matriz de condutividade térmica
$[K_c]$	- matriz de convecção
$[K_r]$	- matriz de radiação térmica
$\{Q\}(t)$	- vetor dos termos de geração de calor
$\{f_N\}$	- vetor dos fluxos de calor prescritos
$\{f_C\}$	- vetor dos termos de convecção
$\{f_R\}$	- vetor dos termos de radiação térmica
$\{f_R\}$	- vetor dos termos de radiação térmica
$\{f_P\}$	- vetor de temperaturas nodais

$\{\bar{f}\}$	- vetor de solicitações térmicas totais
$[\bar{K}]$	- matriz de “rigidez” térmica total
$\{\bar{F}_f\}$	- vetor de solicitações térmicas final
$[\bar{K}_f]$	- matriz de “rigidez” térmica final
$\{T\}(t_{i-1})$	- campo de temperaturas inicial (condição inicial)
$\{T\}(t_i)$	- campo de temperaturas a ser calculado em um determinado tempo i
Δt	- passo (intervalo) de tempo entre análises
$\Pi(u(x, y, z))$	- funcional energia de deformação
U_{int}	- energia (trabalho) interna
U_{ext}	- energia (trabalho) externo
$\{u\}$	- vetor dos deslocamentos nodais
$\{b\}, \{f_b\}$	- vetor das forças de corpo
$\{p\}, \{f_s\}$	- vetor das forças de superfície
D	- operador diferencial sobre matrizes de funções
$[\bar{K}_f]$	- matriz de “rigidez” estrutural final
$\{\bar{F}_f\}$	- vetor de solicitações estruturais finais
$[J]$	- matriz jacobiana
$\{f_{termo}\}$	- vetor de forças nodais de origem térmica
$\{f_0\}$	- vetor de forças internas prévias
$\Delta \{u\}$	- vetor de incrementos de deslocamentos
$\Delta [\bar{K}_f]$	- matriz de “rigidez” estrutural final incremental
$\Delta \{\bar{F}_f\}$	- vetor de solicitações estruturais finais incremental
$\{\epsilon_{termo_anter}\}$	- vetor de deformações de origem térmica anteriores
$E(t)$	- módulo de elasticidade (Módulo de Young) variável com o tempo
E_{cs}	- módulo de elasticidade secante
T	- temperatura nodal (resultado do pySTEC)
U_x	- deslocamento nodal horizontal (resultado do pySTEC)
U_y	- deslocamento nodal vertical (resultado do pySTEC)
E_{px}	- deformação total horizontal (resultado do pySTEC)
E_{py}	- deformação total vertical (resultado do pySTEC)
E_{pxy}	- deformação total tangencial ao plano xy (resultado do pySTEC)
E_{pt}	- deformação de origem térmica (resultado do pySTEC)
S_x	- tensão orientada ao longo do eixo x (resultado do pySTEC)
S_y	- tensão orientada ao longo do eixo y (resultado do pySTEC)
S_z	- tensão orientada ao longo do eixo z (resultado do pySTEC)
S_{xy}	- tensão de cisalhamento no plano xy (resultado do pySTEC)
S_{max}	- tensão principal máxima (resultado do pySTEC)
S_{med}	- tensão principal média (resultado do pySTEC)
S_{min}	- tensão principal mínima (resultado do pySTEC)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	16
1.1 CONTEXTO DO TRABALHO.....	17
1.2 DESCRIÇÃO DA UHE GOVERNADOR JOSÉ RICHÁ (SALTO CAXIAS).....	18
1.3 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA.....	21
1.4 OBJETIVOS GERAIS.....	22
1.5 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	23
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	24
2.1 CONCRETO MASSA – CONVENCIONAL E COMPACTADO COM ROLO.....	24
2.2 HISTÓRICO DO CCR.....	25
2.3 EFEITOS TÉRMICOS EM BARRAGENS.....	26
2.4 FATORES CLIMÁTICOS ENVOLVIDOS.....	27
2.5 FATORES CONSTRUTIVOS ENVOLVIDOS.....	29
2.6 OUTROS TRABALHOS.....	30
3 CONCEITOS TEÓRICOS.....	34
3.1 SIMPLIFICAÇÕES ADOTADAS PARA MODELAGEM.....	34
3.2 EQUAÇÕES MATRICIAIS DA ANÁLISE TÉRMICA.....	34
3.2.1 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL (MEF).....	37
3.2.2 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL (MDF).....	39
3.3 EQUAÇÕES MATRICIAIS DA ANÁLISE ESTRUTURAL.....	40
3.3.1 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL.....	41
3.3.2 ACOPLAMENTO DO EFEITO TÉRMICO.....	43
3.4 DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE CÁLCULO ESTRUTURAL INCREMENTAL.....	44
3.5 CRITÉRIOS DE FALHA PARA O CONCRETO.....	45
3.5.1 CRITÉRIO DE VON MISES.....	47
3.5.2 CRITÉRIO DE TRESCA.....	49
3.5.3 CRITÉRIO DE MOHR-COULOMB.....	50
3.5.4 DRUCKER-PRAGER.....	52
3.5.5 WILLAM-WARNKE.....	53
4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	58
4.1 VISÃO PANORÂMICA DO PROCEDIMENTO EMPREGADO NO PYSTEC.....	58
4.1.1 DETALHES IMPORTANTES NA IMPLEMENTAÇÃO.....	63

4.1.1.1 FUNÇÕES DE FORMA 1D (LINEARES E QUADRÁTICAS) PARA APLICAÇÃO DA CONDIÇÃO DE CONTORNO DE CONVECÇÃO.....	64
4.1.1.2 APLICAÇÃO DE TEMPERATURA DE LANÇAMENTO DAS CAMADAS.....	65
4.1.1.3 MÓDULO DE ELASTICIDADE E CALOR GERADO ADIABATICAMENTE...	65
4.1.1.4 INCREMENTAÇÃO DAS FORÇAS TÉRMICAS.....	69
4.1.1.5 PROCESSO INCREMENTAL DE CÁLCULO DAS DEFORMAÇÕES TOTAIS	69
4.1.1.6 CÁLCULO DAS TENSÕES.....	70
4.1.1.7 FORMA DE CÁLCULO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO (FC) E DA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO (FT) DO CONCRETO.....	70
4.1.2 LINGUAGEM PYTHON E A ORGANIZAÇÃO DO CÓDIGO PYSTEC.....	71
5 APLICAÇÕES E RESULTADOS.....	77
5.1 MODELO DA SEÇÃO PARCIAL DO BLOCO B-08 DE SALTO CAXIAS.....	77
5.2 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES.....	84
5.2.1 TEMPERATURAS - BLOCO ÚNICO X ANÁLISE EM CAMADAS.....	84
5.2.2 TEMPERATURAS – ALTURA DAS CAMADAS.....	87
5.2.3 TEMPERATURAS – INTERVALO ENTRE LANÇAMENTOS.....	89
5.2.4 TENSÕES - BLOCO ÚNICO X ANÁLISE EM CAMADAS.....	92
5.2.5 TENSÕES – ALTURA DAS CAMADAS.....	96
5.2.6 TENSÕES – INTERVALO ENTRE LANÇAMENTOS.....	101
5.2.7 TENSÕES – INCREMENTAL (E CTE. X E VAR.) X NÃO-INCREMENTAL....	106
5.2.8 TEMPERATURAS – COMPARAÇÃO COM DADOS DE CAMPO.....	111
5.3 ESTIMATIVA DE FALHA.....	112
5.3.1 COMPARAÇÕES ENTRE OS CRITÉRIOS DE FALHA.....	114
5.3.2 COMPARAÇÃO: WILLAM-WARNKE X TRESCA.....	115
5.3.3 COMPARAÇÃO: WILLAM-WARNKE X MOHR-COULOMB.....	116
5.3.4 COMPARAÇÃO: WILLAM-WARNKE X DRUCKER-PRAGER.....	117
5.3.5 EFEITO DA ALTURA DAS CAMADAS.....	121
5.3.6 EFEITO DO INTERVALO ENTRE LANÇAMENTOS DE CAMADAS.....	123
6 DISCUSSÕES E COMENTÁRIOS.....	125
6.1 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	125
6.2 COMENTÁRIOS.....	126

6.2.1 DIFICULDADES ENCONTRADAS.....	126
6.2.2 CÓDIGO PRÓPRIO X USO DE PACOTES COMERCIAIS.....	127
7 CONCLUSÕES.....	128
7.1 CONCLUSÕES QUANTO AOS RESULTADOS OBTIDOS.....	128
7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	129
APÊNDICE A -COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DO CÓDIGO PYTHON (PYSTEC).....	136
A.1 DESCRIÇÃO DO MODELO UTILIZADO PARA COMPARAÇÃO.....	136
A.2 BLOCO ÚNICO.....	142
A.3 TRÊS CAMADAS (3C).....	144
A.4 SEIS CAMADAS (6C).....	147
APÊNDICE B -MODELAGEM COM ABAQUS.....	152
B.1 METODOLOGIA EMPREGADA E IMPLEMENTAÇÃO COM ABAQUS – CONSIDERAÇÕES EM RELAÇÃO AO PYSTEC E ANSYS.....	152
APÊNDICE C -LINKS PARA DOWNLOAD.....	158
ANEXO I -TRANSFERÊNCIA DE CALOR.....	159
I.1 CONDUÇÃO.....	159
I.2 CONVECÇÃO.....	160
I.3 RADIAÇÃO.....	160
I.4 EQUAÇÕES GOVERNANTES.....	161
I.4.1 EQUAÇÃO (LEI) DE FOURIER.....	161
I.4.2 EQUAÇÃO DA DIFUSÃO DE CALOR.....	162
I.4.3 APLICAÇÃO DE CONDIÇÕES DE CONTORNO E CONDIÇÕES INICIAIS....	165
ANEXO II -TERMOELASTICIDADE.....	167
II.1 TENSÃO.....	167
II.1.1 TENSOR DE TENSÕES DE CAUCHY.....	168
II.2 DEFORMAÇÃO.....	170
II.2.1 DEFINIÇÃO MATEMÁTICA DE DEFORMAÇÃO.....	171
II.2.2 TENSOR DE DEFORMAÇÕES.....	173
II.2.3 RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO PARA MATERIAIS ISOTRÓPICOS....	174
II.3 SIMPLIFICAÇÕES DA TEORIA GERAL DA TERMOELASTICIDADE.....	175
II.3.1 ESTADO PLANO DE TENSÕES.....	175

II.3.2 ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÕES.....	176
ANEXO III -ELEMENTOS FINITOS E DIFERENÇAS FINITAS.....	177
III.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS – DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL.....	177
III.1.1 FORMULAÇÃO DO MÉTODO.....	177
III.1.1.1 MÉTODO DE RAYLEIGH-RITZ.....	178
III.1.1.2 MÉTODO DE GALERKIN.....	179
III.1.2 DISCRETIZAÇÃO DO CONTÍNUO.....	181
III.1.2.1 ELEMENTOS FINITOS ISOPARAMÉTRICOS.....	183
III.1.3 FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO.....	185
III.2 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS – DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL.....	186

1 INTRODUÇÃO

A política energética brasileira tem sido alicerçada no modal hidroelétrico devido a rica planta hidrográfica que o país possui. Nos primeiros anos deste século, crises de falta de energia serviram como alerta para a necessidade do constante investimento no setor e, atualmente, estes investimentos se tornam bastante visíveis com a implantação de várias hidrelétricas, citando por exemplo, as obras das usinas de Jirau e Santo Antônio, que estão em curso no Rio Madeira, e a usina de Belo Monte no Rio Xingu.

Uma usina hidrelétrica é uma obra que aplica quase todos os conceitos de engenharia. Para sua execução se faz necessário por exemplo:

- uma técnica apurada de preparação de concreto em alta escala e com grandes resistências;
- aplicação pesada de conceitos geotécnicos de modo a garantir que o solo responda adequadamente as cargas envolvidas, dadas as grandes dimensões das estruturas;
- estudo hidráulico minucioso envolvendo modelos físicos para dimensionamento dos vertedores, adufas, tomadas de água e estruturas de desvio;
- alta especialização no projeto e execução de estruturas mecânicas que compõe as turbinas, comportas e equipamentos de manutenção da usina;
- canteiros de obras que exigem a construção de uma cidade ao seu lado para acolher os trabalhadores onde toda uma infraestrutura urbana se faz necessária.

Todo este aparato implica em impulso ao desenvolvimento gerando pesquisas, estudos e aprimoramento técnico de parte dos envolvidos.

O presente texto visa contribuir com aqueles que se dedicam ao projeto, dimensionamento e execução de estruturas de concreto executadas por camadas, mais especificamente, em concreto compactado com rolo, descrevendo um procedimento de análise e incentivando o uso da programação do método dos elementos finitos para problemas de complexidade fora do corriqueiro.

1.1 CONTEXTO DO TRABALHO

Segundo Andriolo (1998) o constante desenvolvimento do Concreto Compactado com Rolo (CCR) é resultado da necessidade de se projetar barragens de concreto que podem ser construídas mais rápida e economicamente em relação àquelas onde se empregam os métodos construtivos convencionais. Paralelamente aos aspectos econômicos do CCR surge a necessidade da elaboração de modelos de simulação numérica para análise destas estruturas.

Conforme Teixeira (2006), desde o início do desenvolvimento do CCR, alguns fatores conceituais motivam o estudo e desenvolvimento de simulações numéricas, tais como:

- Parâmetros de resistência do concreto;
- Grande quantidade de juntas horizontais somadas a utilização de um concreto muito seco;
- Influência das condições ambientais;
- Geração de calor interno devido a reação de hidratação do cimento, o que incorre em tensões de origem térmica
- Variação do processo construtivo a fim de se alcançar menores custos e otimização do tempo de execução, observando-se no entanto, os parâmetros físico-mecânicos de segurança estrutural.

Segundo Mehta e Monteiro (2008), em estruturas de concreto massa, onde se tem um grande volume de concreto, deve-se ter especial preocupação com o estudo e controle da geração de calor, ocasionada pela reação de hidratação do cimento. Esta geração de calor pode causar efeitos mecânicos, que ao atingir certos limites, pode levar a fissuração e degradação da estrutura.

Para aplicação do código desenvolvido em um estudo de caso teórico, foi adotada a geometria e as características termo-mecânicas de CCR empregadas na barragem de Salto Caxias. Este mesmo procedimento já foi adotado em trabalhos prévios (Krüger (2001) e Kavamura (2005)) sendo justificado pela disponibilidade de dados de temperatura do concreto no corpo da barragem, como também, do cronograma de execução da mesma.

1.2 DESCRIÇÃO DA UHE GOVERNADOR JOSÉ RICHA (SALTO CAXIAS)

A Usina Hidroelétrica Governador José Richa, comumente chamada de Usina Hidroelétrica de Salto Caxias, de propriedade da Companhia Paranaense de Energia – COPEL, está localizada no Rio Iguaçu, no Município de Capitão Leônidas Marques, Estado do Paraná, a cerca de 600 km da Capital Curitiba, conforme indicado na (FIGURA 1.1).

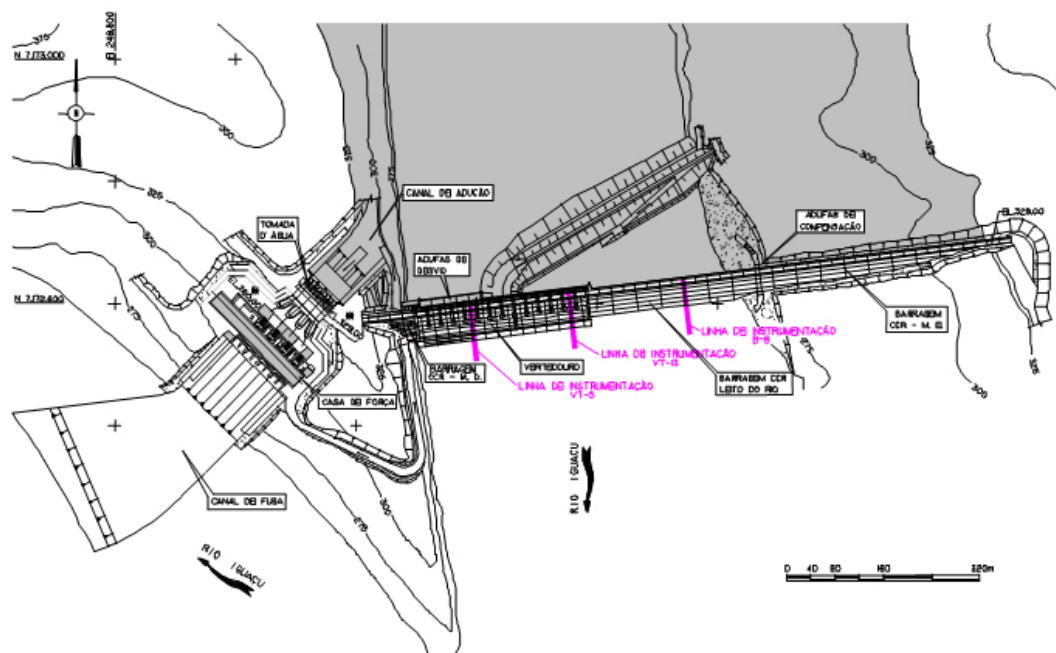
A barragem da usina tem 67 m de altura e 1083 m de comprimento, sendo do tipo gravidade, construída em Concreto Compactado a Rolo (CCR). As áreas onde há contato e atrito com a água são revestidas com Concreto Convencional (CCV) que também foi utilizado em toda a construção da casa de força. Com 912.000 m³ de CCR, é a maior da América do Sul e a 8ª barragem de CCR em volume no mundo. A casa de força conta com 4 unidades geradoras de 310 MW cada. Um resumo das características da usina é exposto na (TABELA 1.1).



FIGURA 1.1 - LOCALIZAÇÃO DA UHE GOV. JOSÉ RICHA SALTO CAXIAS)
FONTE: KAVAMURA (2005)

TABELA 1.1 - DADOS DA UHE GOV. JOSÉ RICHÁ (SALTO CAXIAS)

DADOS DA UHE	
Potência	1.240 GW
Período de Construção	Abril/1992 a Março /1998
CAPTAÇÃO E RESERVATÓRIO	
Área de captação	57.000 km ²
Vazão média anual	1.246 m ³ /s
Área do reservatório	NA normal 141,40 km ²
Volume do reservatório	NA normal 3,573 x10 ⁹ m ³
VERTEDOURO	
Tipo	Superfície controlada
Número de comportas	4
Capacidade de descarga	48.300 m ³ /s
Adufas de desvio	15
Queda	65,50 m
Altura máxima	67,00 m
Comprimento longitudinal	1.083 m
CASA DE FORÇA	
Tipo	Abrigada
Unidades geradoras	4 turbinas verticais tipo Francis
CORPO DA BARRAGEM	
Tipo	Gravidade, CCR
Volume	912.000 m ³

FIGURA 1.2 - ARRANJO GERAL DA UHE GOV. JOSÉ RICHÁ (SALTO CAXIAS)
FONTE: KRÜGER (2001)

A estrutura da barragem está dividida em blocos com juntas de contração a cada 40 m e juntas intermediárias a cada 20 m, parcialmente induzidas. As camadas lançadas para construção do corpo da barragem foram padronizadas em 30 cm de altura ao longo de um período de 28 meses. A média mensal de concretagem da barragem foi de 33.800 m³, com um máximo de 70.000m³ em abril de 1997. A (FIGURA 1.2) mostra o arranjo geral da usina em planta.

Devido às condições hidrológicas da região, foi estipulado no projeto do corpo da barragem que alguns dos blocos que a compõe deveriam ser construídos em 3 fases, como representado na (FIGURA 1.3). Isto foi feito tendo a vista a previsão do galgamento da estrutura, como de fato ocorreu no trecho composto pelos blocos 5 a 11 (bem ao centro do corpo da barragem), após a execução das Fases 1 e 2, sendo que o maior evento desta natureza ocorreu em outubro de 1997 com uma vazão de 5.500 m³/s (FIGURA 1.4).

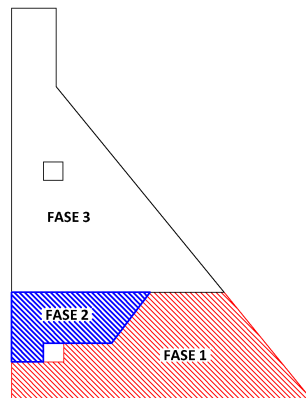


FIGURA 1.3 - FASES CONSTRUTIVAS DA SEÇÃO DO BLOCO B08 DA BARRAGEM



(a)



(b)

FIGURA 1.4 - GALGAMENTO DA ESTRUTURA – FONTE: KRÜGER (2003)

1.3 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA

Segundo Andriolo (1998), a grande vantagem do uso do CCR para construção de barragens está na velocidade de execução em relação aos outros métodos. O volume médio de concreto rolado que pode ser aplicado por dia gira em torno de 3 mil m³ sendo no entanto registrado um recorde de 18 mil m³ por dia na barragem de Tarbela, no Paquistão. Segundo o que é costumeiramente feito nas obras de barragens de CCR brasileiras, lançam-se camadas com 33 cm, que após compactação se reduzem para 30 cm. A cura deste concreto inicia-se 5 horas após o processo de compactação terminando nas 10 horas seguintes, quando então, entende-se que já é possível o lançamento de uma camada posterior.

Uma outra grande vantagem do uso do CCR está no custo. Por exemplo, na barragem de Castanhão em 1995, enquanto o concreto comum representaria um custo de R\$ 126,00/m³ a opção pelo uso do CCR acabou cotada em R\$ 37,00/m³. Além disso, qualquer especificação de cimento pode compor o concreto compactado sendo no entanto o pozolânico o mais utilizado por gerar menos calor e acelerar a execução.

Neste ponto é que está fundamentada a principal justificativa do presente trabalho, como também dos que o antecederam, que é a quantificação dos efeitos mecânicos que o calor gerado pela hidratação do cimento promove. Todas as vantagens de velocidade de execução e baixo custo que o processo construtivo do CCR representam, podem converter-se em sérios problemas de estabilidade estrutural e estanqueidade, o que ao final de contas, podem reduzir a funcionalidade ou tornar inoperante um empreendimento bilionário.

O presente trabalho apresenta-se como sequência a trabalhos prévios desenvolvidos no PPGMNE - UFPR (Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná). Em ordem cronológica as contribuições dos trabalhos anteriores foram:

Em Krüger (2001) é elaborada uma metodologia de análise térmica transiente para aplicação em estruturas executadas em camadas. Os resultados obtidos pela modelagem numérica via o pacote comercial ANSYS mostraram-se muito importantes na representação da distribuição de temperatura em barragens de

CCR. Além disso, a forma como a metodologia de análise foi montada acabou servindo de base para todos os trabalhos posteriores, sendo isso válido também para o presente trabalho.

Em seguida, Silva (2003) acopla ao modelo desenvolvido por Krüger (2001) a análise de tensões de maneira simplificada, desconsiderando a variação do tempo das propriedades dos materiais e limitando suas simulações a casos mais simples como a modelagem do processo construtivo da viga da ponte rolante da UHE Serra da Mesa. Por considerar que somente os resultados térmicos afetam os estruturais e não o contrário, toda a análise térmica é realizada de antemão para em seguida realizar uma análise estrutural que recebe em sequência cronológica as cargas térmicas correlatas a cada passo de análise.

O trabalho de Kavamura (2005) complementa os trabalhos de Krüger (2001) e Silva (2003) fazendo o uso de uma intercalação entre análise estrutural e análise térmica a cada camada lançada nas estruturas de CCR levando em considerando a variação temporal de parâmetros como módulo de elasticidade, temperatura ambiente e temperatura de lançamento do concreto. Simulando cenários diferentes do processo construtivo da barragem de Salto Caxias, o autor tece conclusões quanto a influência dos parâmetros variáveis no tempo e ainda quanto a influência da espessura das camadas lançadas e do intervalo de tempo entre o lançamento destas.

Teixeira (2006) dá sequência ao desenvolvimento do modelo em ANSYS® agregando a consideração de fluência do concreto e aplicando esta aos modelos da barragem de Salto Caxias.

1.4 OBJETIVOS GERAIS

Dando continuidade aos trabalhos supracitados, o presente trabalho segue a linha de aprimoramento da metodologia de simulação e análise de estruturas executadas em camadas que apresentem gradiente térmico considerável. Em linhas gerais, os objetivos são os mesmos dos trabalhos anteriores com as seguintes ressalvas:

1.5 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- 1) Apresentar uma alternativa à metodologia até então utilizada, perfazendo toda a análise térmica de antemão aos passos da análise estrutural, como feito em Silva (2003), porém, aplicando um processo incremental linear para o cálculo estrutural com consideração da variação das propriedades mecânicas e condições ambientais ao longo do tempo de simulação.
- 2) Desenvolver um de código computacional próprio e comparar resultados com pacotes comerciais;
- 3) Implementar uma estimativa de falha de barragens de CCR conforme o cronograma de construção aplicado, em face do calor gerado adiabaticamente, das condições climáticas estimadas e de parâmetros do processo construtivo como espessura de camadas e intervalo de tempo entre o lançamento destas;

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONCRETO MASSA – CONVENCIONAL E COMPACTADO COM ROLO

Conforme Andriolo (1998), concreto massa é qualquer volume de concreto com dimensões suficientemente grandes para exigir precauções no sentido de reduzir a geração de calor devido a hidratação, controlando as variações de volume e minimizando a ocorrência de fissuras.

O termo concreto massa convencional ou ainda Concreto Convencional Vibrado (CCV) passou a ser adotado por diversos autores após o surgimento da tecnologia do Concreto Compactado com Rolo (CCR) de modo a diferenciar estas duas tecnologias.

O processo convencional, guardadas as devidas proporções, é o mesmo utilizado no processo de concretagem de obras de pequeno porte, porém com a especial atenção à geração de calor no maciço. O CCR difere do CCV principalmente quanto as exigências de consistência. Para o uso da compactação com rolo, o material deve estar quase seco de modo a evitar que o rolo vibratório afunde durante seu uso, porém, havendo umidade suficiente que permita a distribuição uniforme e adequada da argamassa durante o processo de vibração e compactação. O CCR além de uma relação água cimento baixa possui também um baixo teor de cimento, o que representa significativa redução de custo (ANDRIOLO,1998).

No processo convencional, a estrutura das barragens é normalmente dividida em blocos de concretagem, com juntas construtivas e de contração transversais e longitudinais, concretadas em camadas espessas da ordem de 2,50 m, lançadas a intervalos de tempo que variam de 7 a 15 dias com adensamento feito por vibradores de imersão. Em contrapartida, o CCR é lançado por meio de equipamentos de pavimentação e terraplenagem, em camadas extensas ao longo do eixo longitudinal da barragem, compondo camadas de pouca espessura que variam de 30 a 100 cm. Os intervalos de tempo entre o lançamento destas camadas são bem menores e não ultrapassam a marca de 3 dias. O uso dos vibradores de

imersão é substituído pelos rolos vibratórios e de compactação, o que faz com que este tipo de construção combine a menor seção transversal das barragens de concreto com as elevadas velocidades de lançamento das barragens de terra e enrocamento (KRÜGER, 2001).

2.2 HISTÓRICO DO CCR

A primeira aplicação do CCR em uma barragem foi entre os anos de 1960 e 1961 no núcleo da ensecadeira da barragem de Shinmen, Taiwan. Entre 1961 e 1965 foi construída a barragem de 172 m de altura de Alpe Gera na Itália com o lançamento de camadas de concreto de espessura média de 70 cm, o que representou um procedimento diferente da tradicional construção em blocos. Baterias de vibradores foram montadas em escavadoras de terraplenagem e utilizadas para a compactação, o que já representava uma semente do processo atualmente utilizado no CCR. O primeiro uso do CCR em grande escala foi de 1972 a 1974 na barragem de Tarbela no Paquistão superando-se os 2 milhões de metros cúbicos na forma de reparos de uma parede de proteção e de outras como bacia de dissipação, ensecadeiras e vertedouro (ANDRIOLO, 1998).

A difusão do método do CCR vem nos anos 80 após várias pesquisas na área e o desenvolvimento da técnica por meio dos engenheiros japoneses que em 1980 concluem a barragem de Shimajigawa com 89 m de altura, utilizando todos os preceitos do CCR hoje conhecidos. Em 1991 a barragem de Myagase é construída da mesma forma porém atingindo altura superior a 150 m (ANDRIOLO, 1998).

No Brasil, a primeira aplicação do concreto compactado com rolo foi no ano de 1976 para a construção do piso nas instalações industriais do canteiro de obras da barragem de Itaipu. No mesmo ano, o concreto compactado com rolo foi empregado na barragem de São Simão, onde foram empregados 40.000 m³ em camadas de 50 cm de altura no preenchimento das galerias de desvio e no paramento da barragem. Em 1982 foi registrado o primeiro lançamento do CCR em estrutura permanente. A aplicação ocorreu no muro direito da eclusa de navegação de Tucuruí, com um volume de cerca de 12.000 m³ executados em camadas de 25

cm. Na Usina Hidroelétrica de Três Marias, foram utilizados aproximadamente 14.600 m³ de concreto rolado na modificação do perfil do vertedouro (KUPERMAN, 1996).

Sem dúvida, um importante marco na aplicação do concreto compactado com rolo no Brasil ocorreu em 1986, quando a barragem de Saco de Nova Olinda, localizada na Paraíba, com 56 m de altura e volume de CCR de 138.000 m³ foi construída em pouco mais de 3 meses, obtendo pico de concretagem de 2.500 m³/dia. Os resultados e detalhes desta obra receberam destaque tanto no país como no exterior, especialmente pelo custo praticado do concreto rolado, na época em torno de US\$40,00 /m³. Foi a primeira barragem brasileira totalmente construída em concreto compactado com rolo (ANDRIOLO, 1998).

Em 1996, foi concluída no rio Jordão, Estado do Paraná, a barragem da Derivação do Rio Jordão, com altura máxima de 95 m e 570.000 m³ de CCR. Em um período concorrente e com conclusão em março de 1998, a barragem de Salto Caxias, com 67 m de altura e 912 mil metros cúbicos de CCR, passou a figurar como a obra de maior volume de CCR executada na América do Sul e oitava do gênero em todo o mundo (KRÜGER, 2001).

2.3 EFEITOS TÉRMICOS EM BARRAGENS

A variação de volume em função do campo de temperaturas no concreto pode levar ao aumento do estado de tensões e a consequente fissuração. O projeto de qualquer grande estrutura de concreto, quer seja em concreto convencional ou em concreto compactado com rolo, deve incluir provisões quanto ao tratamento das mudanças de temperatura e a variação de volume de uma grande massa de concreto (MEHTA; MONTEIRO, 2008).

Tipicamente, as tensões térmicas e as variações de volume associadas a elas resultam em fissuras transversais ao eixo longitudinal da estrutura de concreto. Entretanto, barragens de CCR sob altas tensões de origem térmica também podem apresentar fissuras paralelas ao eixo longitudinal. Este tipo de fissuração já foi notada tanto nas barragens de concreto convencional como nas de CCR e

significam sérias implicações no que diz respeito a estabilidade da estrutura (ANDRIOLO, 1998).

Segundo Krüger (2001), a maioria das fissuras mais graves em barragens, quando não são causadas por efeitos dinâmicos como sismos, são decorrentes de efeitos térmicos. Dessa maneira na (FIGURA 2.1), adaptada de Léger; Venturelli (1992), são indicados os principais carregamentos térmicos que podem afetar uma barragem de concreto:

- incidência e reflexão de radiação solar;
- perda ou ganho de calor em relação ao ar via convecção;
- troca de calor por radiação;
- geração de calor pelo processo de hidratação do cimento;
- transferência de calor por condução entre a fundação e o corpo da barragem;
- variação de temperatura da água do reservatório;

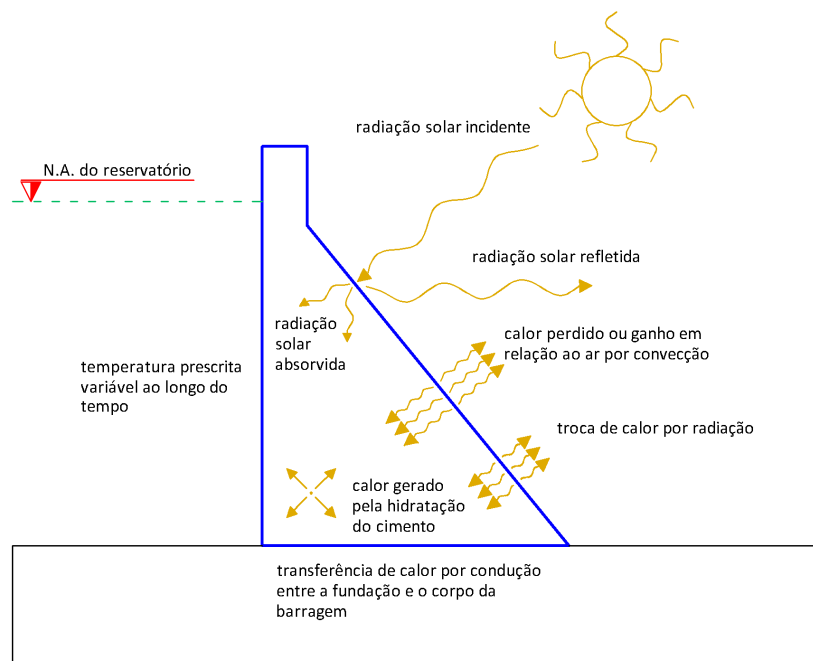


FIGURA 2.1 - CARGAS TÉRMICAS SOBRE UMA BARRAGEM
ADAPTADO DE (LÉGER; VENTURELLI, 1992)

2.4 FATORES CLIMÁTICOS ENVOLVIDOS

Dentre toda uma gama de fatores climáticos que podem ser elencados, destacam-se os seguintes no contexto deste trabalho:

1. **Radiação solar:** segundo o trabalho de Jin et al. (2010), os efeitos da radiação solar são principalmente notados na face do paramento de jusante das barragens. Estes efeitos são significativos e podem levar a propagação de fissuras na situação em que promovem uma distribuição de temperaturas não uniforme na face exposta da barragem. Isso é bastante notável em barragens em arco onde os efeitos de sombreamentos agravam a não uniformidade da distribuição de temperatura.
2. **Temperatura ambiente (gradientes de temperatura na face e interior da barragem):** Jaafar et al. (2007) detalha o desenvolvimento de um código computacional específico para análises térmicas em barragens de CCR. Nesse trabalho conclui-se que o cronograma de lançamento de camadas do processo construtivo de uma barragem de CCR tem um efeito muito significativo sobre a distribuição das temperaturas especialmente quanto as estações do ano em que estas são lançadas. Iniciar o lançamento do CCR em estações quentes do ano leva ao desenvolvimento de pontos com altas temperaturas nas porções inferiores do corpo da barragem. Sugere-se então que o cronograma seja montado de maneira que as camadas iniciais sejam lançadas durante as estações mais frias, deixando o lançamento das camadas finais para as estações mais quentes, reduzindo os esforços de tração em zonas mais críticas. No trabalho de Lee et al. (2009) encontra-se uma discussão detalhada a respeito da variação do coeficiente de filme, ou seja, o coeficiente de transferência de calor por convecção, no caso específico do concreto em suas primeiras idades. Nesse artigo os autores concluem que esse coeficiente varia conforme a velocidade do vento que sopra sobre a superfície do material, as condições de cura e a condutividade térmica do concreto. Além disso, o artigo ressalta que no concreto estrutural, a transferência de calor por convecção influencia a distribuição de temperaturas e naturalmente gera esforços de tração. Por esse motivo, o coeficiente de filme é uma propriedade crucial do material no que diz respeito a prever fissuração de origem térmica.
3. **Sazonalidade climática:** a sazonalidade climática, além de influenciar as condições de temperatura ambiente previamente citadas, também exerce

efeito sobre as condições hidrológicas, o que, ao final, pode representar variação no carregamento sobre o paramento de montante de uma barragem. Sobre esta variação de carga hidrostática, aliada às variações de incidência solar e temperatura ambiente devidas a sazonalidade climática, Ardito et al. (2008) concluem que são fatores que não podem ser negligenciados que geram consideráveis contribuições ao campo de deslocamentos oriundo de efeitos térmicos. Partindo de dados pseudo-experimentais e aplicando princípios de estatística, os autores desenvolveram um processo de análise inversa em um contexto termoelástico linear que comprova notoriamente a importância da sazonalidade sobre o campo final de deformações e tensões em barragens de concreto.

2.5 FATORES CONSTRUTIVOS ENVOLVIDOS

Dentre os vários fatores construtivos de uma barragem, pode-se salientar alguns no tocante a influência sobre o campo de temperaturas:

1. **Temperatura de lançamento do concreto:** De Araújo; Awruch (1998) apresentam um estudo sobre a fissuração em barragens a gravidade de concreto durante o processo construtivo. Neste estudo considera-se a influência do peso próprio da estrutura, dos gradientes térmicos gerados e da fluência do concreto através de um modelo bidimensional em elementos finitos com propriedades termomecânicas variáveis com o tempo. A partir das simulações executadas a conclusão atingida remete à importância do pré-resfriamento do concreto em seu lançamento como forma de reduzir as temperaturas de pico que gerariam os piores casos de fissuração. Em contraste ao processo de pré-resfriamento, Zhang et al. (2010) versam sobre a necessidade de insuflar ar quente sobre a superfície de camadas de CCR durante o lançamento em regiões frias, de modo a reduzir o gradiente térmico existente entre o interior do material, onde há calor gerado pelo processo de hidratação do cimento, e a sua superfície em contato com o ar frio.

2. **Intervalo de tempo entre os lançamentos de camadas:** Noorzaei et al. (2006) apresentam um código computacional para análise térmica e de tensões aplicado a barragem de Kinta na Malásia, com um procedimento muito semelhante ao adotado no presente trabalho, onde é possível se alterar o intervalo de tempo entre os lançamentos de camadas para processar as simulações. Kavamura (2005) conclui a partir de uma bateria de simulações da barragem de Salto Caxias, com variação no intervalo de lançamento das camadas, que as temperaturas de pico são mais baixas quando a estrutura é lançada mais lentamente.
3. **Camada de proteção no paramento de montante:** em Xie; Chen (2005) foram feitas simulações 3D de modo a se calcular uma espessura adequada da camada de proteção do paramento de montante, para que as variações de temperatura da água do reservatório não afetem o campo de temperaturas do corpo da barragem, chegando-se a necessidade de uma espessura entre 3 a 5 m, independentemente do concreto utilizado.
4. **Tipo de cimento utilizado (maior ou menor quantidade de calor gerado):** em Mehta; Monteiro (2008) e em outras referências bibliográficas clássicas da área de concreto, encontram-se indicações claras quanto a necessidade do uso de cimentos com adição de pozolana na construção do corpo de barragens de concreto, dado que estes são caracterizados por uma taxa de geração de calor atenuada.
5. **Espessura das camadas:** Kavamura (2005) observa na comparação entre modelos numéricos de barragens de CCR que o uso de camadas mais espessas (45 ou 60 cm) afeta apenas as tensões transitórias em pontos próximos as superfícies em contato com o ar, chegando a resultados finais muito próximos aos das camadas comumente utilizadas (30 cm).

2.6 OUTROS TRABALHOS

Além dos trabalhos antes citados, outras referências merecem destaque no que diz respeito ao contexto do presente trabalho.

Carter; Booker (1989) apresenta uma metodologia de cálculo termo estrutural em que os dois efeitos são acoplados em um único sistema linear representando as possíveis, e mesmo que pequenas, influências que a variação dos campos de deformações e tensões exercem sobre o campo de temperaturas de uma estrutura.

Bettencourt Ribeiro et al. (2001) apresenta um estudo da influência de fatores como umidade da superfície e tratamento de juntas frias na resistência a tração do concreto. Frisa-se que para o funcionamento das juntas frias é necessário se atingir um estado de exposição dos agregados da massa de concreto já lançada, e que a compactação da camada posterior deve ocorrer antes do final da cura da camada anterior, o que de fato, requer o uso de aditivos e pode representar deformações indesejadas no conjunto lançado.

Amin et al. (2009) apresenta um estudo experimental das tensões de origem térmica em concreto massa contrastando simulações feitas com o software ADINA e dados experimentais obtidos a partir de testes com um dispositivo de indução de tensões térmicas que possibilita variados graus de restrição à expansão de peças de concreto.

Karimpour (2010) analisa os efeitos da demora entre o tempo de preparo da mistura do concreto e a sua compactação no processo construtivo do CCR, demonstrando que quanto mais tempo se leva em proceder a compactação, maiores serão as perdas das propriedades do concreto. Apresenta-se como solução o uso da adição de escória de alto-forno, que além de prevenir a deterioração das características mecânicas por atraso no processo de compactação, garante melhoria destas, possibilitando resistências à tração maiores e reduzindo a permeabilidade do material.

Chen et al. (2011) propõem um algoritmo baseado no “método dos elementos compósitos”, para simulação térmica de uma barragem de CCR, com a preocupação de representar os efeitos ocorrentes nas juntas entre as camadas lançadas, dada a variação das propriedades do concreto em cada uma delas devido as diferentes idades de produção.

Um destaque especial merece ser dado ao grupo de pesquisa do Prof. Dr. Eduardo. M. R. Fairbairn da COPPE/UFRJ, que desenvolveu um expressivo volume

de trabalhos sobre modelagem numérica de estruturas de concreto.

Dentre toda a gama de trabalhos, sem demérito nenhum aos que não venham a ser citados, são enunciados aqui alguns que foram tomados como referência para o desenvolvimento do presente trabalho:

Désir et al. (1999) versa sobre uma reconsideração da modelagem numérica da interface aço/concreto por meio de uma nova abordagem quanto a relação constitutiva do vínculo entre os dois materiais. Baseados na comparação com ensaios de arrancamento de barras de aço amoldadas em blocos de concreto, o trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo matemático capaz de expressar o comportamento até o limite em que a solidarização dos materiais permanece perfeita, e, num segundo momento, quantificar a resistência após o escorregamento entre estes. Em termos de código computacional o escorregamento foi representado como uma função de salto acoplada como grau de liberdade de escorregamento no elemento finito utilizado.

Fairbairn et al. (2000) propõem que a aplicação de redes neurais pode melhorar a solução de problemas de análise inversa, no que tange a determinação dos parâmetros probabilísticos do concreto. Em especial, o artigo frisa uma redução significativa do montante de cálculos de necessários, como de 30000 para 2000 soluções de sistemas lineares, quando em comparação com o uso do método de Monte Carlo.

Farage et al. (2004) desenvolve um modelo macroscópico para reações álcali-agregado (RAA) baseando-se na abordagem de um elemento finito de fissurações distribuídas. Apesar de lançar mão de algumas hipóteses simplificadoras, o modelo desenvolvido consegue simular testes de carregamento uniaxiais realizados em laboratório com amostras de concretos reativos à álcalis.

Cordeiro et al. (2009) denotam as vantagens do uso da cinza do bagaço de cana como material pozzolânico substituindo até 20% de cimento Portland em massa na composição de concretos. Com esta adição os concretos resultantes apresentam perdas pouco significativas de suas propriedades mecânicas porém ganhando melhorias em sua reologia e aumentando a resistência a penetração de íons clorídricos.

Filho et al. (2009) relatam resultados de experimentos de durabilidade a

compressão de laminados de argamassa de cimento com fibras de sisal. Pelo uso de metakaolin foram produzidas matrizes totalmente isentas de hidróxidos de cálcio para produção dos laminados que por fim, foram submetidos a um processo de aceleração de envelhecimento via ciclos de molhagem e secagem. Os resultados indicaram que a ausência dos hidróxidos de cálcio evitou a fragilização das fibras mesmo após 100 ciclos concluídos.

3 CONCEITOS TEÓRICOS

3.1 SIMPLIFICAÇÕES ADOTADAS PARA MODELAGEM

- Isotropia térmica e estrutural do material;
- Multilinearidade do concreto no crescimento de seu módulo de elasticidade com o tempo;
- Modelo Plano – seção transversal de uma barragem;
- EPD - Estado Plano de Deformações;
- Consideração de pequenos deslocamentos e pequenas deformações;
- Coeficiente de filme adotado como sendo constante apesar da variação deste em função da velocidade do vento e do ângulo de incidência sobre a superfície analisada;
- Na consideração de isotropia térmica ressalta-se que a condutividade térmica é tomada como sendo isotrópica e constante, apesar desta variar conforme o grau de umidade do concreto;
- Desconsiderado o fato de que os parâmetros mecânicos dependem da temperatura;
- Não modelada a fundação e seus efeitos sobre o modelo;

3.2 EQUAÇÕES MATRICIAIS DA ANÁLISE TÉRMICA

A equação que representa a condução de calor em um meio anisotrópico, com a condutividade “k” do material dependendo da direção em relação a um sistema cartesiano de coordenadas $k = k(x,y,z)$ é expressa como (BEJAN, 2004) ; IMCROPERA; DEWITT, 2001):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q}_g = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.1)$$

onde :

k - condutividade térmica;
 T - temperatura;
 \dot{Q}_g - taxa de calor gerado adiabaticamente;
 ρ - massa específica;
 c - calor específico;
 t - tempo;

A dedução formal da equação (3.1) é feita no ANEXO I - Transferência de Calor, e baseando-se nela é que a formulação matricial do problema térmico é desenvolvida.

Segundo Teixeira-Dias et al. (2010), para se chegar as equações matriciais do problema de condução de calor transiente, inicialmente utiliza-se o princípio das temperaturas virtuais para se obter a formulação integral fraca do problema térmico. Este princípio é análogo ao princípio dos trabalhos virtuais, como costumeiramente é feito nas análises estruturais.

Assim sendo, suponha-se um campo arbitrário de temperaturas virtuais δT , contínuo e suficientemente regular em um domínio Ω , para $t \in]0, t_{final}]$. Tomando-se a expressão do equilíbrio térmico descrito na equação (3.1) e multiplicando a pelo campo δT para integrá-la no domínio Ω , tem-se:

$$\int_{\Omega} \delta T \left[\nabla \cdot (k \cdot \nabla(T)) + \dot{Q}_g - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right] d\Omega = 0 \quad (3.2)$$

Vale ressaltar que $\nabla()$ é o operador gradiente, que no caso 2D fica sendo:

$$\nabla() = \frac{\partial()}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial()}{\partial y} \hat{j} \quad (3.3)$$

E que o operador $\nabla \cdot ()$ é o operador divergente, que para campos vetoriais 2D atua como:

$$\nabla \cdot (a \hat{i} + b \hat{j}) = \frac{\partial(a)}{\partial x} + \frac{\partial(b)}{\partial y} \quad (3.4)$$

A associação de ambos $\nabla \cdot \nabla()$ produz o chamado operador laplaciano que para o presente caso se expressa como:

$$\nabla \cdot (\nabla()) = \frac{\partial^2()}{\partial x^2} + \frac{\partial^2()}{\partial y^2} \quad (3.5)$$

A equação (3.2) pode ser modificada com a aplicação da seguinte identidade:

$$\delta T \nabla \cdot (k \cdot \nabla(T)) = \nabla \cdot (\delta T k \cdot \nabla(T)) - \nabla(\delta T) \cdot [k \cdot \nabla(T)] \quad (3.6)$$

Reorganizando os termos tem-se então:

$$\int_{\Omega} \delta T \rho c \dot{T} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla(\delta T) \cdot [k \cdot \nabla(T)] d\Omega = \int_{\Omega} \delta T \dot{Q}_g d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \cdot (\delta T k \cdot \nabla(T)) d\Omega \quad (3.7)$$

Aplicando o Teorema da Divergência ao último termo do segundo membro da equação (3.7), é possível se chegar a uma expressão que leve em conta o contorno Γ :

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (\delta T k \cdot \nabla(T)) d\Omega = \int_{\Gamma} \delta T [k \cdot \nabla(T)] \cdot \hat{n} d\Gamma \quad (3.8)$$

onde \hat{n} é o vetor unitário normal a superfície de contorno.

O contorno pode ser dividido em trechos onde as temperaturas são prescritas (condições de contorno de Dirichlet) e trechos onde os fluxos de temperatura são prescritos (condições de contorno de Neumann). Além dos fluxos prescritos há também fluxos de convecção e radiação térmica, e além destes é possível se aplicar “fluxos concentrados” ou “fluxos pontuais” de calor. Sendo este o caso, o contorno Γ , será aqui decomposto em 5 regiões, a saber:

- Γ_N - região do contorno onde são aplicados fluxos prescritos
- Γ_C - região do contorno onde são aplicados fluxos convectivos
- Γ_R - região do contorno onde são aplicados fluxos de calor radiativo
- Γ_P - região do contorno onde são aplicados fluxos pontuais de calor
- Γ_T - região do contorno onde as temperaturas são prescritas

Deste modo: $\Gamma = \Gamma_N \cup \Gamma_C \cup \Gamma_R \cup \Gamma_P \cup \Gamma_T$

A partir disso é possível se escrever a equação (3.8) como:

$$\int_{\Gamma} \delta T [k \cdot \nabla(T)] \cdot \hat{n} d\Gamma = \int_{\Gamma_N} \delta T \bar{q} d\Gamma_N + \int_{\Gamma_C} \delta T h_c (T_{\text{sup}} - T_{\text{amb}}) d\Gamma_C + \int_{\Gamma_R} \delta T k_r (T_{\text{sup}} - T_R) d\Gamma_R \quad (3.9)$$

onde :

- \bar{q} - fluxo prescrito
- h_c - coeficiente de filme
- k_r - coeficiente de radiação térmica
- T_{sup} - temperatura na superfície de contorno
- T_{amb} - temperatura do ambiente
- T_R - temperatura da fonte de radiação

Substituindo-se (3.9) em (3.7) chega-se então a:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta T \rho c \dot{T} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla(\delta T) \cdot [k \cdot \nabla(T)] d\Omega = \\ \int_{\Omega} \delta T \dot{Q}_g d\Omega + \int_{\Gamma_N} \delta T \bar{q} d\Gamma_N + \int_{\Gamma_C} \delta T h_c (T_{\text{sup}} - T_{\text{amb}}) d\Gamma_C + \int_{\Gamma_R} \delta T k_r (T_{\text{sup}} - T_R) d\Gamma_R \end{aligned} \quad (3.10)$$

que é a equação integral de equilíbrio dos fluxos de calor, correspondente ao princípio das temperaturas virtuais para o problema térmico em questão, ou seja, a forma fraca do problema sobre a qual a discretização em elementos finitos é aplicada. Repara-se aqui a analogia matemática entre o campo de temperaturas virtuais δT e as funções de ponderação do método de Galerkin. Repara-se também que a aplicação de “fluxos pontuais” e as “temperaturas prescritas” não constam na equação (3.10). Esta omissão se deve ao fato de que ambos os termos não foram implementados no algoritmo desenvolvido por não se aplicarem nos casos estudados.

3.2.1 Discretização Espacial (MEF)

Ao se proceder a decomposição do domínio Ω numa malha de elementos finitos, aproxima-se o campo bidimensional global de temperaturas por (TEIXEIRA-DIAS et al. (2010)):

$$T(x, y, t) = [N(x, y)] \{T(t)\} \quad \text{e} \quad (3.11)$$

$$T_{\Gamma}(x, y, t) = [N(x, y)]_{\Gamma} \{T(t)\} \quad (3.12)$$

onde $[N(x, y)]$ e $[N(x, y)]_{\Gamma}$ representam as matrizes globais das funções de forma (ou interpolação) no domínio Ω e no contorno Γ respectivamente, e $\{T(t)\}$ representa o vetor de temperaturas nodais.

A derivação de ambos os membros da equação (3.11) em relação ao tempo, permite aproximar o campo global de taxas de variação temporal de temperaturas por:

$$\dot{T}(x, y, t) = [N(x, y)] \{\dot{T}(t)\} \quad (3.13)$$

onde $\{\dot{T}(t)\}$ é o vetor das taxas de variação temporal de temperatura.

Por sua vez, na discretização espacial, assume-se que o campo global de temperaturas virtuais é aproximado por:

$$\delta T(x, y, t) = [N(x, y)] \{\delta T(t)\} \quad \text{e} \quad (3.14)$$

$$\delta T_{\Gamma}(x, y, t) = [N(x, y)]_{\Gamma} \{\delta T(t)\} \quad (3.15)$$

Além disso, é necessário definir a matriz de derivadas das funções de forma térmicas em relação às direções dos eixos coordenados (interpolação do campo do gradiente de temperaturas):

$$[\bar{B}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

A barra sobre a letra B na representação da matriz de derivadas das funções de forma para o caso térmico ($[\bar{B}]$) serve para se fazer distinção com a matriz de derivadas das funções de forma para o caso estrutural ($[B]$), que será um pouco diferente por contar com dois graus de liberdade por nó e não apenas um.

Em seguida, a substituição das equações (3.11) a (3.15) na equação (3.10) permite obter, atendendo à arbitrariedade do campo de temperaturas virtuais e em notação matricial, a seguinte expressão:

$$[\bar{C}] \{\dot{T}(t)\} + ([K_k] + [K_c] + [K_r]) \{T(t)\} = \{Q(t)\} + \{f_N\} + \{f_P\} + \{f_C\} + \{f_R\} \quad (3.17)$$

onde:

$$[\bar{C}] = \int_{\Omega} [N]^T \rho c [N] d\Omega \text{ - matriz de capacidade térmica} \quad (3.18)$$

$$[K_k] = \int_{\Omega} [\bar{B}]^T k [\bar{B}] d\Omega \text{ - matriz de condutividade térmica} \quad (3.19)$$

$$[K_c] = \int_{\Gamma_c} [N]_{\Gamma}^T h_c [N]_{\Gamma} d\Gamma_c \text{ - matriz de convecção} \quad (3.20)$$

$$[K_r] = \int_{\Gamma_r} [N]_{\Gamma}^T k_r [N]_{\Gamma} d\Gamma_r \text{ - matriz de radiação térmica} \quad (3.21)$$

$$\{Q(t)\} = \int_{\Omega} [N]^T Q(t) d\Omega \text{ - vetor dos termos de geração de calor} \quad (3.22)$$

$$\{f_N\} = \int_{\Gamma_N} [N]_{\Gamma}^T \bar{q} d\Gamma_N \text{ - vetor dos fluxos de calor prescritos} \quad (3.23)$$

$$\{f_C\} = \int_{\Gamma_c} [N]_{\Gamma}^T h_c T_{amb} d\Gamma_c \text{ - vetor dos termos de convecção} \quad (3.24)$$

$$\{f_R\} = \int_{\Gamma_r} [N]_{\Gamma}^T k_r T_R d\Gamma_r \text{ - vetor dos termos de radiação térmica} \quad (3.25)$$

$$\{f_P\} = \sum_{k=1}^{n_q} (\bar{P}_N)_k \text{ - vetor dos fluxos pontuais (nodais) prescritos} \quad (3.26)$$

No presente estudo serão desconsiderados os efeitos de radiação térmica, e

para efeito de compactar a notação, as seguintes igualdades serão assumidas:

$$\{\bar{f}\} = \{f_N\} + \{f_P\} + \{f_C\} \quad (3.27)$$

$$[\bar{K}] = [K_k] + [K_c] \quad (3.28)$$

Resulta então que a equação (3.17) pode ser expressa de forma mais compacta como:

$$[\bar{C}]\{\dot{T}\} + [K]\{T\} = \{Q(t)\} + \{\bar{f}\} \quad (3.29)$$

que servirá de base para o processo de discretização e integração no tempo.

3.2.2 Discretização Temporal (MDF)

Para aplicar a discretização temporal pelo método das diferenças finitas regressivas (backward), toma-se o vetor das taxas de variação temporais de temperatura $\{\dot{T}\}$ e procede-se sua aproximação da seguinte forma (GOSZ, 2006):

$$\{\dot{T}\} = \frac{1}{\Delta t}(\{T(t_i)\} - \{T(t_{i-1})\}) \quad (3.30)$$

onde:

$\{T(t_{i-1})\}$	- campo de temperaturas inicial (condição inicial)
$\{T(t_i)\}$	- campo de temperaturas no tempo que se deseja calcular
Δt	- passo (intervalo) de tempo entre análises

Substituindo (3.30) em (3.29) e fazendo com que $\{T\}$ em (3.30) seja igual $\{T(t_i)\}$, ou seja, igual ao campo de temperaturas no tempo de análise a ser calculado, tem-se:

$$\frac{1}{\Delta t}[C]\{T(t_i)\} - \frac{1}{\Delta t}[C]\{T(t_{i-1})\} + [\bar{K}]\{T(t_i)\} = \{Q(t_i)\} + \{\bar{f}\} \quad (3.31)$$

Reorganizando-se os termos chega-se finalmente à forma de um sistema de equações lineares:

$$[\bar{K}_f]\{T(t_i)\} = \{\bar{F}_f\} \quad (3.32)$$

com :

$$[\bar{K}_f] = \left[\frac{1}{\Delta t}[C] + [\bar{K}] \right] \quad (3.33)$$

$$\{\bar{F}_f\} = \frac{1}{\Delta t} [C] \{T(t_{i-1})\} + \{Q(t_i)\} + \{\bar{f}\} \quad (3.34)$$

Neste panorama final cabe dizer que as condições iniciais de temperatura são definidas para o primeiro passo da análise impondo-se os valores no vetor $\{T(t_{i-1})\}$, que compõe o vetor final de solicitações $\{\bar{F}_f\}$. Já os fluxos de calor pontuais são adicionados ao vetor final de solicitações nas posições correspondentes aos nós a que estes se destinam. A aplicação de temperatura prescrita no contorno é feita substituindo-se os valores de fluxo para os nós a que estas se aplicam no vetor de solicitações final. Deve-se tomar o cuidado de anular a correspondente linha na matriz final de condução de calor $[\bar{K}_f]$. Nesse caso, anular a linha significa zerar todos os seus valores e aplicar o valor 1 na coluna correlata ao nó onde a temperatura foi prescrita.

3.3 EQUAÇÕES MATRICIAIS DA ANÁLISE ESTRUTURAL

O equacionamento estrutural do presente trabalho baseou-se na forma clássica do equilíbrio estático segundo o princípio dos trabalhos virtuais. O princípio dos trabalhos virtuais estabelece que o trabalho realizado pelas tensões internas na deformação virtual do corpo é igual ao trabalho realizado pelas forças externas nos deslocamentos virtuais dos seus pontos de aplicação (COOK, 2007).

Para um material elástico linear em estado plano de deformações, o funcional de energia $\Pi(u(x, y, z))$ é definido como a soma das energias interna U_{int} e externa U_{ext} o que pode ser expresso como (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 1994):

$$U_{int} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} d\Omega = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \sigma_{zz} \varepsilon_{zz}) d\Omega \quad (3.35)$$

$$U_{ext} = - \int_{\Omega} \{u\}^T \{b\} d\Omega - \int_{\partial\Omega} \{u\}^T \{p\} d\partial\Omega \quad (3.36)$$

onde, lembrando, sob a premissa do estado plano de deformações:

- $\{\sigma\}$ - vetor de tensões
- $\{\varepsilon\}$ - vetor de deformações
- $\{u\}$ - vetor dos deslocamentos nodais
- $\{b\}$ - vetor das forças de corpo
- $\{p\}$ - vetor das forças de superfícies

Portanto, a energia potencial total de cada elemento pode ser considerada como sendo:

$$\Pi = U_{\text{int}} + U_{\text{ext}} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} d\Omega - \int_{\Omega} \{u\}^T \{b\} d\Omega - \int_{\partial\Omega} \{u\}^T \{p\} d\partial\Omega \quad (3.37)$$

Pela condição de estacionariedade do funcional Π chega-se a expressão equivalente à do princípio dos trabalhos virtuais:

$$\delta\Pi = \int_{\Omega} \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} d\Omega - \int_{\Omega} \{\delta u\}^T \{b\} d\Omega - \int_{\partial\Omega} \{\delta u\}^T \{p\} d\partial\Omega = 0 \quad (3.38)$$

Reorganizando a equação (3.38) tem-se:

$$\int_{\Omega} \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} d\Omega = \int_{\Omega} \{\delta u\}^T \{b\} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \{\delta u\}^T \{p\} d\partial\Omega \quad (3.39)$$

De posse da equação (3.39) é possível então partir para a discretização por elementos finitos.

3.3.1 Discretização Espacial

De forma análoga ao que foi feito com a discretização espacial para a análise térmica, toma-se o mesmo procedimento de decomposição do domínio Ω numa malha de elementos finitos, onde agora serão aproximados, em um sistema bidimensional, os deslocamentos globais ao longo dos eixos cartesianos x e y nomeados como u_x e u_y da maneira que se segue:

$$u_x(x, y) = [N(x, y)] \{u_x\} \quad \text{e} \quad (3.40)$$

$$u_y(x, y) = [N(x, y)] \{u_y\} \quad (3.41)$$

onde $[N(x, y)]$ representa a matriz global das funções de forma no domínio Ω , (as mesmas funções de interpolação utilizadas para a análise térmica) e $\{u_x\}$, $\{u_y\}$ são os deslocamentos nodais por eixo cartesiano. Note-se que a variável tempo (t) foi excetuada das expressões dado que as variações temporais são desprezíveis, e neste caso, pode-se desprezar a influência de t na análise estrutural. Pela forma proposta para a análise estrutural no presente trabalho, o tempo se torna importante somente no que tange a necessidade de se manter uma sequência cronológica que respeite as variações de temperatura calculadas na análise térmica.

Desse modo, compactando as equações (3.40) e (3.41) em uma só, têm-se, para um sistema com “n” incógnitas:

$$u(x, y) = \begin{Bmatrix} u_x(x, y) \\ u_y(x, y) \end{Bmatrix} = [N] \{u\} \quad (3.42)$$

Em mais detalhes:

$$u(x, y) = \begin{Bmatrix} u_x(x, y) \\ u_y(x, y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \cdots & N_n & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \cdots & 0 & N_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{x2} \\ u_{y2} \\ \vdots \\ u_{xn} \\ u_{yn} \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

É importante notar que a barra sobre a letra N (\bar{N}) serve para especificar que esta matriz de funções de forma está organizada de modo a satisfazer a interpolação de dois graus de liberdade (u_x, u_y) e não mais apenas um como no caso térmico (T).

Voltando-se para a equação (3.39), torna-se necessário aplicar as aproximações baseadas nas funções de forma em uma representação da expressão vetorial do tensor de deformações. As deformações equacionam-se como a derivada primeira do campo de deslocamentos. Isso significa:

$$\{\varepsilon\} = D[\bar{N}] \{u\} \quad (3.44)$$

onde D é o operador diferencial, expresso na forma de uma matriz com as derivadas das funções de interpolação em relação as coordenadas espaciais, análoga a matriz $[\bar{B}]$ utilizada para os gradientes térmicos, e que, para o caso plano de deformações, se expressa como:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \cdots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Com isso, chega-se a:

$$\{\varepsilon\} = [B] \{u\} \quad (3.46)$$

Para a representação vetorial do tensor de tensões, a aproximação aplica-se como:

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} = [C][B]\{u\} \quad (3.47)$$

Substituindo as equações (3.42), (3.46) e (3.47) em (3.39) chega-se a:

$$\int_{\Omega} \{\delta u\}^T [B]^T [D] [B] \{u\} d\Omega = \int_{\Omega} \{\delta u\}^T [\bar{N}]^T \{b\} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \{\delta u\}^T [\bar{N}]^T \{p\} d\partial\Omega \quad (3.48)$$

Com isso, pela arbitrariedade dos deslocamentos virtuais aplicados, tem-se finalmente a montagem de um sistema de equações lineares:

$$[\bar{K}_f]\{u\} = \{\bar{F}_f\} \quad (3.49)$$

onde :

$$[\bar{K}_f] = \int_{\Omega} [B]^T [D] [B] d\Omega \quad (3.50)$$

$$\{\bar{F}_f\} = \int_{\Omega} [\bar{N}]^T \{b\} d\Omega + \int_{\partial\Omega} [\bar{N}]^T \{p\} d\partial\Omega \quad (3.51)$$

Um detalhe importante no uso de elementos finitos isoparamétricos, é que a transformação do sistema de coordenadas real (x,y) para o natural (r,s) tem uma implicação na matriz de derivadas das funções de forma $[B]$. Esta deve ser pós-multiplicada pelo inverso da matriz Jacobiana $[J]$ como forma de satisfazer a regra da cadeia em termos matriciais.

$$[B] = D[\bar{N}][J]^{-1} \quad (3.52)$$

Com a equação matricial expressa em (3.49) a (3.51) é possível ser efetuado o cálculo estrutural de maneira separada. A forma de acoplamento com as deformações de origem térmica se explica na subseção seguinte.

3.3.2 Acoplamento do Efeito Térmico

A expressão que converte as variações do campo térmico em forças estruturais nodais equivalentes é (GOSZ, 2006):

$$\{f_{termo}\} = \int_{\Omega} [B]^T [D] \alpha \{\Delta T\} d\Omega \quad (3.53)$$

Nesta expressão, a variação de temperatura nas direções x e y representada pelo vetor $\{\Delta T\}$ é multiplicada pelo coeficiente de dilatação térmica α compondo assim um vetor de deformações de origem térmica. Esta expressão é genérica e, para o caso de estado plano de deformações, necessita ser adaptada, o que segundo Zienkiewicz e Taylor (1994), pode ser feito como:

$$\{f_{termo}\} = (1+\nu) \int_{\Omega} [B]^T [D] \alpha \{\Delta T\} d\Omega \quad (3.54)$$

O termo $(1+\nu)$ resulta da consideração do efeito de confinamento da expansão térmica ao longo do eixo perpendicular ao plano (eixo z), sobre as deformações no próprio plano.

Com isso, o vetor de solicitações expresso em (3.51) ganha mais um termo tornando-se:

$$\{\bar{F}_f\} = \int_{\Omega} [\bar{N}]^T \{b\} d\Omega + \int_{\partial\Omega} [\bar{N}]^T \{p\} d\partial\Omega + (1+\nu) \int_{\Omega} [B]^T [D] \alpha \{\Delta T\} d\Omega \quad (3.55)$$

Cada termo pode ser nomeado, mesmo que de forma redundante, como:

$$\{f_b\} = \int_{\Omega} [\bar{N}]^T \{b\} d\Omega \quad \text{- vetor de forças de corpo} \quad (3.56)$$

$$\{f_s\} = \int_{\partial\Omega} [\bar{N}]^T \{p\} d\partial\Omega \quad \text{- vetor de forças de superfície} \quad (3.57)$$

$$\{f_{termo}\} = (1+\nu) \int_{\Omega} [B]^T [D] \alpha \{\Delta T\} d\Omega \quad \text{- vetor de forças nodais térmicas} \quad (3.58)$$

3.4 DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE CÁLCULO ESTRUTURAL INCREMENTAL

Conforme é mencionado em Bathe (1996) e Zienkiewicz e Taylor (2000), um processo incremental, passa pela construção de todos os termos do sistema linear descrito em (3.49) em formas incrementais como

$$\Delta [\bar{K}_f] \Delta \{u\} = \Delta \{\bar{F}_f\} \quad (3.59)$$

Nas referências é possível encontrar a definição de $\Delta [\bar{K}_f]$ como sendo uma “matriz de rigidez tangente” de modo a se considerar a não linearidade do material em um processo iterativo. Na análise estrutural aqui proposta a não linearidade material é representada em trechos lineares entre cada passo da análise. Em outras palavras, antes de se processar um passo de análise, o módulo de elasticidade é determinado para a respectiva idade do concreto, atualizando assim a matriz de rigidez global da estrutura, porém, não aplicando um processo iterativo de solução. A resposta do material é considerada linear dentro do passo de análise. Isso representa uma economia muito grande em processamento computacional e garante resultados satisfatórios. Assim, a equação (3.59) pode ser melhor representada da

seguinte forma:

$$[\bar{\mathbf{K}}_f](E(x, y, t)) \Delta \{u\} = \Delta \{\bar{\mathbf{F}}_f\} \quad (3.60)$$

onde $[\bar{\mathbf{K}}_f](E(x, y, t))$ é uma representação da matriz de rigidez atualizada em função do módulo de elasticidade do concreto variável conforme a idade do material em cada camada lançada.

Quanto ao vetor de solicitação, é importante considerar a conversão das deformações acumuladas até o passo anterior da análise, ou seja, as deformações iniciais para o passo atual ($\{\epsilon_0\}$), na forma de forças nodais para o passo presente. Estas forças nodais podem ser denominadas como “forças internas prévias” ($\{f_0\}$), ou seja, o sistema de forças que representa a deformação inicial da estrutura no passo de análise atual, e seu equacionamento fica sendo:

$$\{f_0\} = \int_{\Omega} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}](E(x, y, t)) \{\epsilon_0\} d\Omega \quad (3.61)$$

A partir disso, o vetor de solicitação em sua forma incremental ($\Delta \{\bar{\mathbf{F}}_f\}$) resulta em:

$$\Delta \{\bar{\mathbf{F}}_f\} = \{\bar{\mathbf{F}}_f\} - \{f_0\} \quad (3.62)$$

Ou, sendo mais específico:

$$\Delta \{\bar{\mathbf{F}}_f\} = [\{\mathbf{f}_b\} + \{\mathbf{f}_s\} + \{\mathbf{f}_{termo}\}] - \{f_0\} \quad (3.63)$$

Dessa maneira, a solução do sistema linear (3.60), em cada passo da análise, produz resultados de deslocamentos nodais incrementais que devem ser acumulados aos resultados anteriores no final do passo.

Essa abordagem do problema torna-se possível devido a adoção de uma formulação lagrangiana. Nessa formulação, a consideração de pequenos deslocamentos e pequenas deformações garante a manutenção da configuração de referência da estrutura, expressada aqui pelo fato de não se atualizar a matriz de rigidez em função dos deslocamentos.

3.5 CRITÉRIOS DE FALHA PARA O CONCRETO

Segundo Chen (2007), a teoria de falha dos materiais é a ciência da predição das condições sob as quais os materiais sólidos falham em função da ação

de carregamento externo. Basicamente, a falha dos materiais pode ser classificada em dois tipos, sendo estes: falha frágil (fratura) e falha dúctil (escoamento).

Dependendo das condições, tais como temperatura, estado de tensão e taxa de carregamento, a maioria dos materiais pode falhar de maneira frágil, dúctil ou ainda numa forma combinada entre as duas. Entretanto, nas situações mais práticas, é interessante a classificação do material em um dos dois conjuntos, excetuando a possibilidade de combinação das duas formas de falha .

Os critérios de falha são definidos matematicamente por meio de funções em termos de tensão ou de deformação, separando os estados em que a falha do material ocorre dos estados em que o material está isento de falha. Uma definição física precisa de um estado de falha de um material não é algo facilmente quantificável. Inúmeras definições funcionais estão em uso na comunidade científica. Regularmente, critérios de falha fenomenológicos de uma mesma forma são usados para se predizer tanto a falha frágil quanto a falha dúctil (CHEN, 2007).

Na Ciência dos Materiais, a falha de um material é considerada como a perda de sua capacidade de suporte de carga. Esta definição, por si mesma, introduz o fato de que a falha de um material pode ser examinada em diferentes escalas, partindo da microscópica até a macroscópica. Em problemas estruturais, onde a resposta estrutural pode alcançar pontos que superam o limite do comportamento linear do material, a predição da falha é importante para a determinação da integridade da estrutura.

O termo falha no que se refere aos dois tipos citados (frágil e dúctil) tem uma expressão física distinta. No que diz respeito aos materiais frágeis, como no caso do concreto, a falha significa necessariamente a ruptura. Por sua vez, nos materiais dúcteis, como as ligas de aço utilizadas para a fabricação dos vergalhões de armaduras utilizados no concreto armado, a ruptura significa um passo posterior a falha, sendo entendido por falha o ponto a partir do qual o material excede seu limite elástico e plastifica-se (CHEN 2007).

Nas seções a seguir, são expostos alguns dos critérios de falha comumente utilizados nas análises estruturais de engenharia.

3.5.1 Critério de Von Misses

É sabido que o concreto sob altas-tensões hidrostáticas comporta-se de maneira dúctil como um metal. O efeito principal da pressão sobre um material dúctil é predominantemente o aumento da ductilidade deste, e assim, permitir deformações ainda maiores antes da ocorrência da ruptura dúctil. A mudança de volume, plástica ou permanente, é muito pequena e a influência da pressão hidrostática sobre o valor limite da tensão de escoamento geralmente é desprezível. Esta constatação é bastante razoável para materiais metálicos, tais como as barras de armadura aplicadas ao concreto armado, devido ao fato de que a deformação plástica nestes materiais é primordialmente uma sucessão de deformações de cisalhamento permanentes. Por outro lado, isto não é verdade para materiais granulares, tais como o concreto sob baixa pressão hidrostática, onde as deformações permanentes são normalmente acompanhadas por uma grande mudança volumétrica e a pressão hidrostática exerce um grande efeito sobre os esforços de cisalhamento (CHEN, 2007).

Para metais e para o concreto, quando este é submetido a altos valores de pressão, o efeito da pressão hidrostática sobre o limite de escoamento do material pode ser desconsiderado. Isto sugere que a tensão de cisalhamento deve ser a principal causa do escoamento de metais e do concreto na condição de altas pressões. O problema então passa a ser a determinação de uma função matemática que governe as tensões de cisalhamento em um critério de escoamento isotrópico (CHEN, 2007).

Como mostrado na (FIGURA 3.1), a região no espaço de tensões definida pelo critério de Von Misses assume a forma de um cilindro circular reto com seu eixo assente sobre o chamado eixo hidrostático do espaço de tensões (onde $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). Por padrão é comum a definição de um Plano π , que se coloca perpendicularmente ao eixo de tensões hidrostáticas, para visualização da função do critério de falha em duas dimensões.

O critério de Von Mises é baseado na determinação da energia de distorção de um material, ou seja, na energia associada com as mudanças de forma do material, em contraposição à energia associada às mudanças de volume do mesmo

material. De acordo com este critério, assim nomeado em homenagem ao matemático germano-americano Richard von Mises (1883-1953), um dado material estrutural está seguro enquanto o valor da máxima distorção de energia por unidade de volume dele permanecer menor do que a energia de distorção por unidade de volume necessária para que se cause o escoamento em um ensaio de tração (POPOV, 1990).

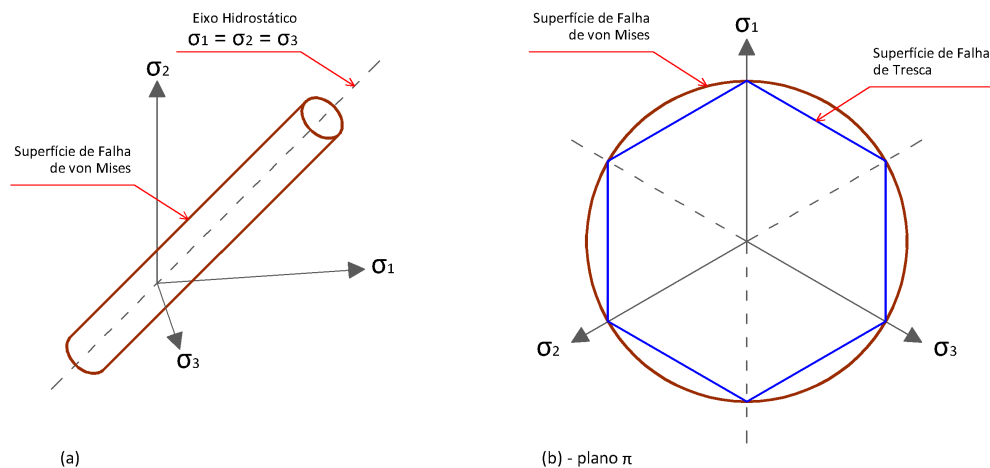


FIGURA 3.1 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO CRITÉRIO DE VON MISES

Matematicamente a função de escoamento para o critério de von Mises é expressa como:

$$f(J_2) = \sqrt{J_2} - \sigma_{ys} = 0 \quad \text{ou} \quad f(J_2) = J_2 - \sigma_{ys}^2 = 0 \quad (3.64)$$

onde σ_{ys} é a tensão de escoamento do material em cisalhamento puro.

Como pode ser constatado a partir da literatura Boresi e Schmidt (2003), no limiar do escoamento, a magnitude da tensão de escoamento cisalhante no estado de cisalhamento puro é $1/\sqrt{3}$ vezes menor do que a tensão de escoamento para o caso de tração simples σ_{yt} . Neste caso tem-se:

$$\sigma_{ys} = \frac{\sigma_{yt}}{\sqrt{3}} \quad (3.65)$$

A tensão de von Mises é então definida como:

$$\sigma_{von Mises} = \sqrt{3J_2} \quad (3.66)$$

Dessa forma, o critério de von Mises pode ser expresso também como:

$$f(J_2) = \sqrt{3J_2} - \sigma_{yt} = \sigma_{von Mises} - \sigma_{yt} = 0 \quad (3.67)$$

Escrevendo J_2 em termos das tensões principais tem-se ainda:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 6\sigma_{ys}^2 = 2\sigma_{yt}^2 \quad (3.68)$$

O critério de escoamento de Von Mises sugere portanto que o escoamento dos materiais inicia-se quando o segundo invariante do tensor desviador (J_2) atinge o valor crítico σ_{ys} . Por este motivo ele é chamado as vezes de plasticidade J_2 , ou ainda, teoria de escoamento J_2 (BORESI; SCHMIDT, 2003).

3.5.2 Critério de Tresca

Segundo Boresi e Schmidt (2003) o critério de Tresca é conhecido também como o “critério da máxima tensão cisalhante” e afirma que o escoamento se inicia quando a máxima tensão de cisalhamento em um ponto iguala-se a máxima tensão de cisalhamento no escoamento atingido em um ensaio uniaxial de tração (ou compressão). Para um estado de tensões multiaxial, a máxima tensão de cisalhamento é:

$$\max\left(\frac{1}{2}|\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2}|\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2}|\sigma_1 - \sigma_3|\right) = \sigma_{ys} \quad (3.69)$$

Pela equação (3.69), a superfície de escoamento para o critério de Tresca é um hexágono regular no espaço de tensões principais, tal como é ilustrado na (FIGURA 3.1). Este critério apresenta boa concordância com os resultados experimentais de determinados materiais dúcteis.

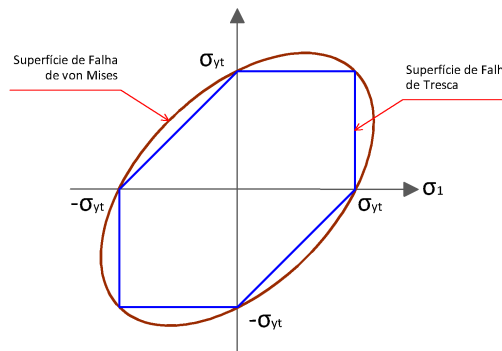


FIGURA 3.2 - COMPARAÇÃO GRÁFICA DOS CRITÉRIOS DE TRESCA E VON MISES

Sobrepondo as representações gráficas do critério de von Mises e Tresca como na (FIGURA 3.2), para o caso bidimensional de tensões, é possível notar que Tresca apresenta-se mais conservador por seus limites estarem contidos dentro da elipse de von Mises.

3.5.3 Critério de Mohr-Coulomb

Segundo Chen (2007) e Jiang e Xie (2011), Coulomb em 1776 propôs um dos mais importantes critérios de falha onde a tensão resistente de cisalhamento (tensão tangencial “ τ ”) sobre um determinado plano é expressa como:

$$|\tau| = C + \sigma_n \tan \varphi \quad (3.70)$$

onde C é a coesão, φ o ângulo de atrito do material e σ_n a tensão normal ao plano.

Mohr em 1900 afirmou que as tensões normal e tangencial ao plano de falha são governadas por:

$$|\tau| = f(\sigma_n) \quad (3.71)$$

A envoltória de falha $f(\sigma_n)$ é uma função determinada experimentalmente e a falha ocorre quando o círculo de Mohr tangencia esta envoltória conforme indicado na (FIGURA 3.3).

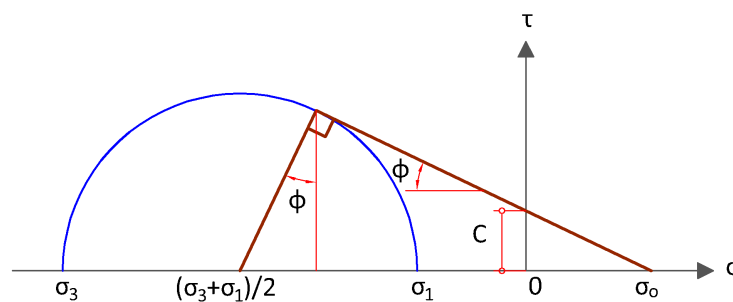


FIGURA 3.3 - CRITÉRIO DE MOHR-COULOMB NO PLANO DE TENSÃO NORMAL X TENSÃO CISALHANTE.

A forma linear da equação de Mohr é equivalente a equação de Coulomb, assim sendo, a Equação (3.70) é chamada de Critério de Mohr-Coulomb.

Expressando as tensões normal e tangencial em termos das tensões

principais tem-se:

$$\tau = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cos \varphi}{2} \quad (3.72)$$

$$\sigma_n = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} + \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \sin \varphi}{2} \quad (3.73)$$

A função de escoamento da superfície de falha do critério de Mohr-Coulomb é então obtida como:

$$\sigma_1 - \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_3 = \frac{2C(\cos \varphi)}{1 + \sin \varphi} \quad (3.74)$$

Uma forma alternativa da Equação (3.74), em termos somente das tensões principais

(σ_1, σ_3) e das resistências a tração e compressão uniaxiais (f_c, f_t), é:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{f_t}{\sigma_3} - \frac{f_t}{f_c} \quad (3.75)$$

sendo possível ainda comprovar as relações a seguir:

$$f_c = \frac{2C(\cos \varphi)}{1 + \sin \varphi} \quad (3.76)$$

$$f_t = \frac{2C(\cos \varphi)}{1 - \sin \varphi} \quad (3.77)$$

$$\sigma_o = \frac{C(\cos \varphi)}{\sin \varphi} \quad (3.78)$$

Para efeito de ilustração a (FIGURA 3.4) demonstra o aspecto de uma superfície de falha de Mohr-Coulomb tanto no espaço de tensões principais (a) quanto no plano π (b).

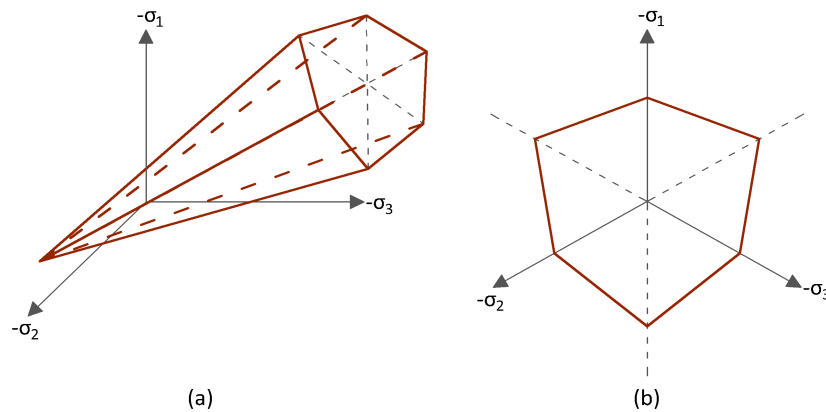


FIGURA 3.4 - EXEMPLIFICAÇÃO DE UMA SUPERFÍCIE DE FALHA DE MOHR-COULOMB

3.5.4 Drucker-Prager

O critério de falha de Drucker-Prager (1952), também chamado de critério de Von Mises Estendido, tem sido amplamente empregado na engenharia geotécnica para previsão das tensões de ruptura e também tem sido usado em modelos da mecânica do dano (JIANG; XIE, 2011).

A função de escoamento para o critério de Drucker-Prager pode ser expressa como:

$$\alpha \sigma_m + \sqrt{J_2} + k = 0 \quad (3.79)$$

onde σ_m é a distribuição média da tensão normal, J_2 é o segundo invariante do tensor de tensões desviadoras, α e k são constantes do material. Quando α e k são substituídas por σ_t e σ_c a função de escoamento pode ser escrita em outra forma como:

$$\sqrt{3} \frac{\sigma_c - \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} \sigma_m + \sqrt{J_2} - \frac{2 \sigma_c \sigma_t}{\sqrt{3} (\sigma_c + \sigma_t)} = 0 \quad (3.80)$$

Para efeito de ilustração a (FIGURA 3.5) demonstra o aspecto da superfície de falha de Drucker-Prager em contraste com a superfície de Mohr-Coulomb no espaço de tensões principais (a) e no plano π (b).

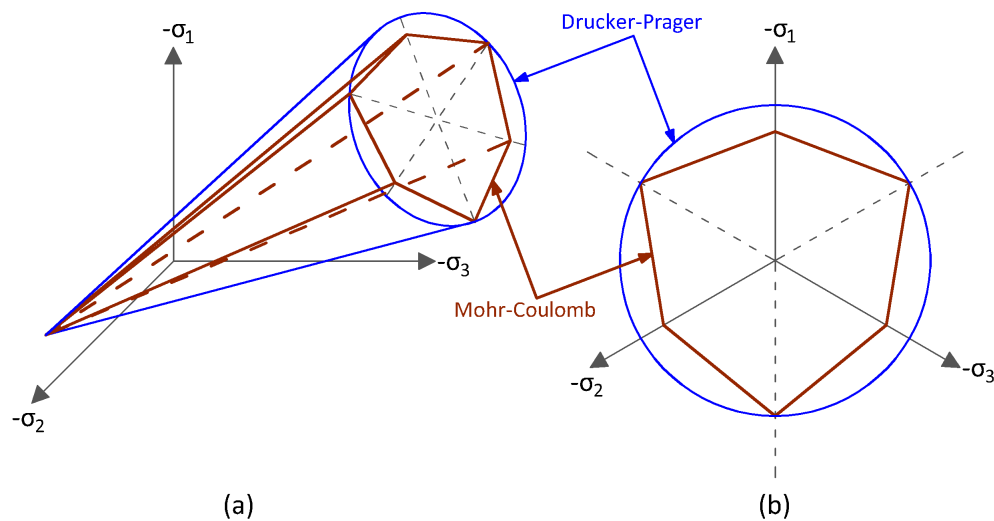


FIGURA 3.5 - EXEMPLIFICAÇÃO DE UMA SUPERFÍCIE DE FALHA DE DRUCKER-PRAGER

3.5.5 Willam-Warnke

Esta seção é uma transcrição do conteúdo encontrado em Chen (2007).

Willam e Warnke (1975) propuseram uma superfície de falha baseada em três parâmetros para o concreto em regime de tração e baixa compressão. Este modelo possui meridianos retos e seções transversais não circulares ao longo do eixo hidrostático, cuja aproximação elíptica se faz da maneira a seguir.

Considere-se um plano desviador típico (plano π antes mencionado) da superfície de falha como demonstrado pela (FIGURA 3.6).

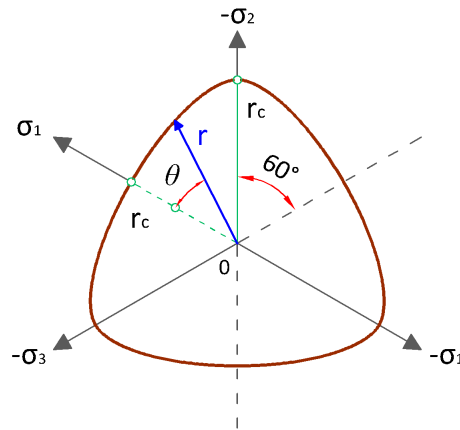


FIGURA 3.6 - PLANO DESVIADOR (OU SEÇÃO DESVIADORA) DA SUPERFÍCIE DE FALHA

Willam e Warnke propuseram uma expressão elíptica para a forma da seção transversal desta superfície de falha que é convexa e suave. A forma elíptica é considerada a mais adequada dado que ela pode compreender não somente as condições de simetria, suavidade e concavidade, mas também, ela se degenera em um círculo caso $r_c = r_t$, onde r_c e r_t são os raios nos meridianos 1 e 2. Isto significa que o cilindro do modelo de von Mises e o cone do modelo de Drucker-Prager acabam sendo todos casos particulares desta formulação.

A definição matemática padrão de uma elipse, com seus semieixos denominados por a e b é:

$$f(x, y) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0 \quad (3.81)$$

A (FIGURA 3.7) mostra as relações geométricas entre um quarto da elipse $P_1-P_2-P_3$ com x e y como eixos principais e a curva de falha passando pelos três

pontos P_1, P_2, P_3 com raio r e ângulo θ . A condição de simetria na (FIGURA 3.6) em $\theta=0^\circ$ e $\theta=60^\circ$ exige que a posição dos vetores r_c e r_t sejam normais à elipse nos pontos $P_1(0,b)$ e $P_2(m,n)$ respectivamente. O eixo menor y é portanto escolhido de forma a coincidir com a posição do vetor r_t de modo que a condição de normalidade em P_1 seja sempre satisfeita. Os semieixos a e b podem agora ser determinados em termos da posição dos vetores r_c e r_t por meio da condição de que a elipse passa pelo ponto $P_2(m,n)$ com o vetor normal

$$\hat{n} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right) \quad (3.82)$$

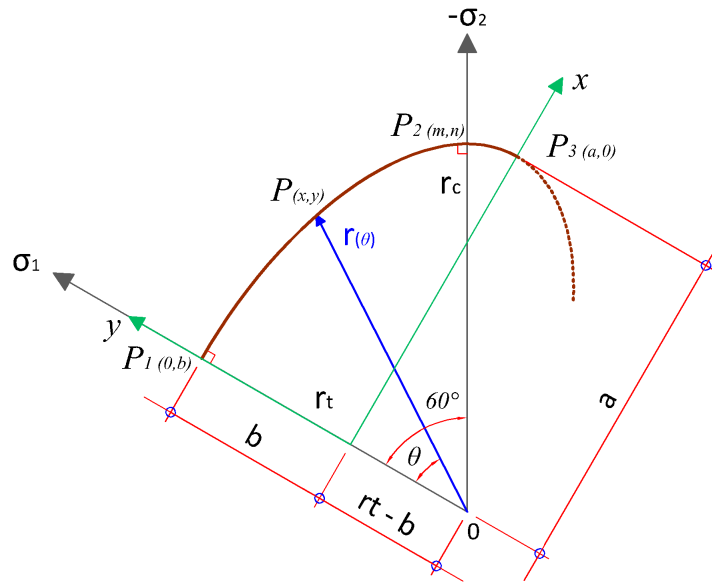


FIGURA 3.7 - TRAÇO ELÍPTICO DA SUPERFÍCIE DE FALHA PARA $0 \leq \theta \leq 60$

As componentes deste vetor normal podem ser facilmente encontradas a partir da geometria da (FIGURA 3.7). Além disso, o vetor normal apontado para fora da elipse em $P_2(m,n)$ também é dado pela diferenciação parcial da Equação (3.83):

$$\hat{n} = \frac{(\partial f / \partial x, \partial f / \partial y)}{[(\partial f / \partial x)^2 + (\partial f / \partial y)^2]^{1/2}} = \frac{(m/a^2, n/b^2)}{[m^2/a^4 + n^2/b^4]^{1/2}} \quad (3.83)$$

A partir das Equações em (3.82) e (3.83) tem-se:

$$a^2 = \frac{m}{\sqrt{3}n} b^2 \quad (3.84)$$

As coordenadas do ponto $P_2(m,n)$ são prontamente expressas pelos vetores de posição r_c e pelo semieixo b como:

$$m = \frac{\sqrt{3}}{2} r_c \quad n = b - \left(r_t - \frac{1}{2} r_c\right) \quad (3.85)$$

Dado que a elipse deve passar pelo ponto $P_2(m, n)$ tem-se:

$$\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} = 1 \quad (3.86)$$

Substituindo as Equações (3.84) e (3.85) e (3.86), os semieixos a e b podem ser determinados por:

$$a^2 = \frac{r_c(r_t - 2r_c)^2}{5r_c - 4r_t} \quad \text{e} \quad b^2 = \frac{2r_t^2 - 5r_t r_c + 2r_c^2}{4r_t - 5r_c} \quad (3.87)$$

Na sequência, efetua-se a transformação do sistema de coordenadas para polar a partir das relações abaixo:

$$x = r \sin(\theta) \quad \text{e} \quad y = r \cos(\theta) - (r_t - b) \quad (3.88)$$

Com a substituição das Equações (3.87) e (3.88) na expressão da equação da elipse constante na Equação (3.81), e após algumas manipulações algébricas, chega-se a uma expressão do raio r em função do ângulo θ , denominado ângulo de similaridade, para o intervalo de $0 \leq \theta \leq 60$

$$r(\theta) = \frac{2r_c(r_c^2 - r_t^2)\cos\theta + r_c(2r_t - r_c)\sqrt{(4(r_c^2 - r_t^2)\cos^2\theta + 5r_t^2 - 4r_t r_c)}}{4(r_c^2 - r_t^2)\cos^2\theta + (r_c - 2r_t)^2} \quad (3.89)$$

sendo que o valor do cosseno do ângulo de similaridade pode ser expresso em função das tensões principais como:

$$\cos\theta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{(2((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2))}} \quad (3.90)$$

Com o ferramental matemático exposto até agora é possível definir a função de falha do critério de Willam-Warnke. Como mencionado antes, ele é um critério baseado em três parâmetros sendo estes:

- f_c - resistência do concreto a compressão
- f_t - resistência do concreto a tração
- f_b - resistência do concreto a compressão equibiaxial

Uma relação simples para os parâmetros f_t e f_b com o valor de f_c consta em Chen (2007). Para a tração, é possível assumir a afirmação clássica de que a resistência do concreto tracionado é um décimo do valor conseguido para o concreto comprimido. Além disso, em uma estimativa análoga, é afirmado que a resistência a

compressão equibiaxial é 30% maior do que a resistência a compressão, ou seja:

$$\tilde{f}_t = \frac{f_t}{f_c} = 0.1 \quad e \quad \tilde{f}_b = \frac{f_b}{f_c} = 1.3 \quad (3.91)$$

A partir destas estimativas a montagem da função de falha passa inicialmente pela definição dos vetores de posição r_c e r_t , que segundo a literatura supracitada é:

$$r_c = \left(\frac{6}{5}\right)^{1/2} \frac{\tilde{f}_b \tilde{f}_t}{3 \tilde{f}_b \tilde{f}_t + \tilde{f}_b - \tilde{f}_t} \quad e \quad r_t = \left(\frac{6}{5}\right)^{1/2} \frac{\tilde{f}_b \tilde{f}_t}{2 \tilde{f}_b + \tilde{f}_t} \quad (3.92)$$

Além disso, é necessário definir também as componentes médias de tensão σ_m e τ_m que representam, respectivamente, a distribuição média da tensão normal e da tensão de cisalhamento em uma esfera infinitesimal conforme pode ser constatado em Chen (2007).

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.93)$$

$$\tau_m = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{15}} \quad (3.94)$$

Finalmente, a função da superfície de falha de Willam-Warnke fica definida como :

$$f(I_1, J_2, \theta) = \frac{I_1}{3\rho_f f_c} + \frac{\sqrt{2J_2}}{\sqrt{5}r(\theta)f_c} - 1 = 0 \quad (3.95)$$

Ou ainda:

$$f(\sigma_m, \tau_m, \theta) = \frac{\sigma_m}{\rho_f f_c} + \frac{\tau_m}{r(\theta)f_c} - 1 = 0 \quad (3.96)$$

onde ρ_f equivale a:

$$\rho_f = \frac{\tilde{f}_b \tilde{f}_t}{\tilde{f}_b - \tilde{f}_t} \quad (3.97)$$

As seções do plano meridiano hidrostático (3.8 a) e do plano desviador (3.8 b) expostas, mostram a convexidade e suavidade da superfície envoltória de falha.

O critério de Willam-Warnke degenera-se no critério de Drucker-Prager, assumindo a forma de um cone circular caso

$$r_c = r_t = r_0 \quad ou \quad f_t = \frac{f_b}{3f_b - 2} \quad (3.98)$$

sendo r_0 apenas a nomenclatura aqui usada para indicar um valor igual para os vetores posição r_c e r_t . Assim, o critério de Drucker-Prager pode ser equacionado a partir da formulação de Willam-Warnke como:

$$f(I_1, J_2, r_0) = \frac{I_1}{3\rho_f f_c} + \frac{\sqrt{2J_2}}{\sqrt{5}r_0 f_c} - 1 = 0 \quad (3.99)$$

Já para a representação do critério de von Mises, faz-se:

$$\rho_f \rightarrow \infty \quad \text{ou} \quad \tilde{f}_b = \frac{f_b}{f_c} = 1 \quad (3.100)$$

E assim, o cone de Drucker-Prager degenera para um cilindro circular cujo raio é definido como:

$$f(J_2, r_0) = \frac{\sqrt{2J_2}}{\sqrt{5}r_0 f_c} - 1 = 0 \quad (3.101)$$

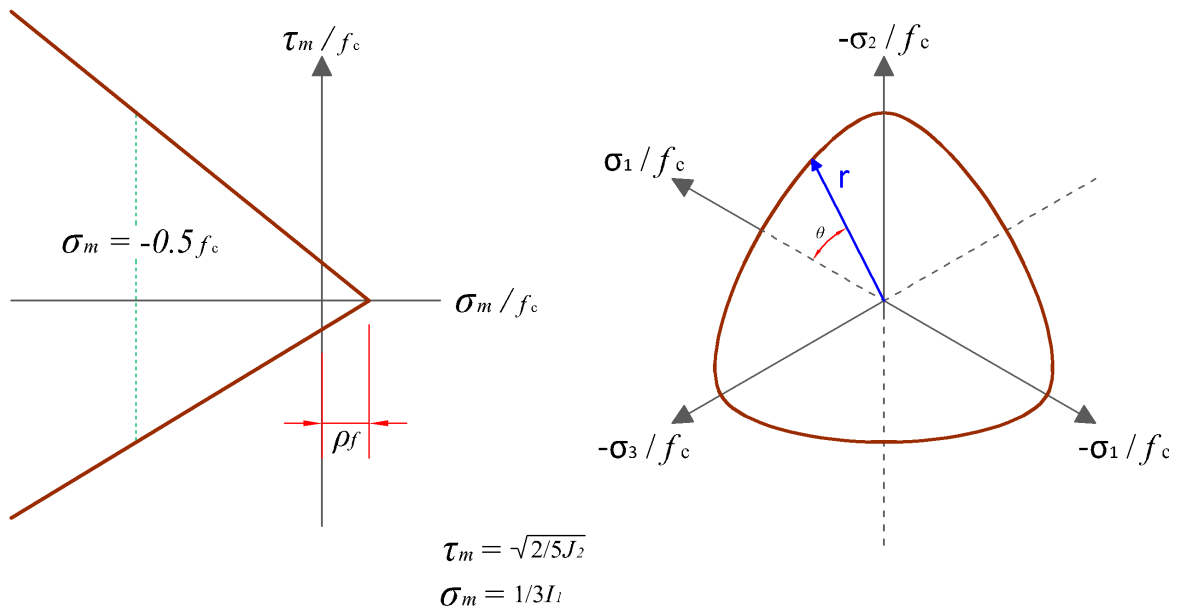


FIGURA 3.8 - CRITÉRIO DE WILLAM-WARNKE – DEFINIÇÃO PELOS RESULTADOS DE ENSAIOS

4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Neste capítulo, baseando-se nos conceitos teóricos previamente expostos, são apresentados os aspectos da implementação computacional do método combinado de discretização espacial em elementos finitos e temporal em diferenças finitas. É discutida a metodologia adotada e o detalhamento do algoritmo desenvolvido em linguagem PYTHON, nomeado pelo autor como **pySTEC**, cuja sigla sumariza a expressão: **py**thon aplicado a **S**imulações **T**ermo-**E**struturais em **C**amadas.

No Apêndice B é feita a descrição da forma de programação empregada para se obter resultados comparativos no pacote comercial ABAQUS®. Para tal comparação, utilizou-se uma mesma metodologia de cálculo em ambos os softwares (pySTEC e ABAQUS®), porém, com a ressalva de que no pacote comercial, foi empregado um elemento finito que em sua formulação possibilita o cálculo do campo de temperaturas simultaneamente ao campo de deslocamentos. Dado que a influência do campo térmico sobre os campos de deslocamentos é pequena, tal comparação foi possível e ainda atingindo resultados satisfatórios.

4.1 VISÃO PANORÂMICA DO PROCEDIMENTO EMPREGADO NO PYSTEC

A metodologia utilizada para a análise termoelástica de estruturas executadas em camadas segundo o código pySTEC é sumarizada no fluxograma exposto na (FIGURA 4.1). Para este fluxograma alguns esclarecimentos precisam ser colocados.

Em primeira mão, as cores do fluxograma referem-se à diferentes fases de uma análise computacional, a saber:

- amarelo : Pré-processamento (quadros 1 -3)
- azul : Análise propriamente dita (quadros 4 – 6)
- vermelho : Pós-processamento (quadros 7 e 8)
- verde : Componente funcional do código (quadro 0)

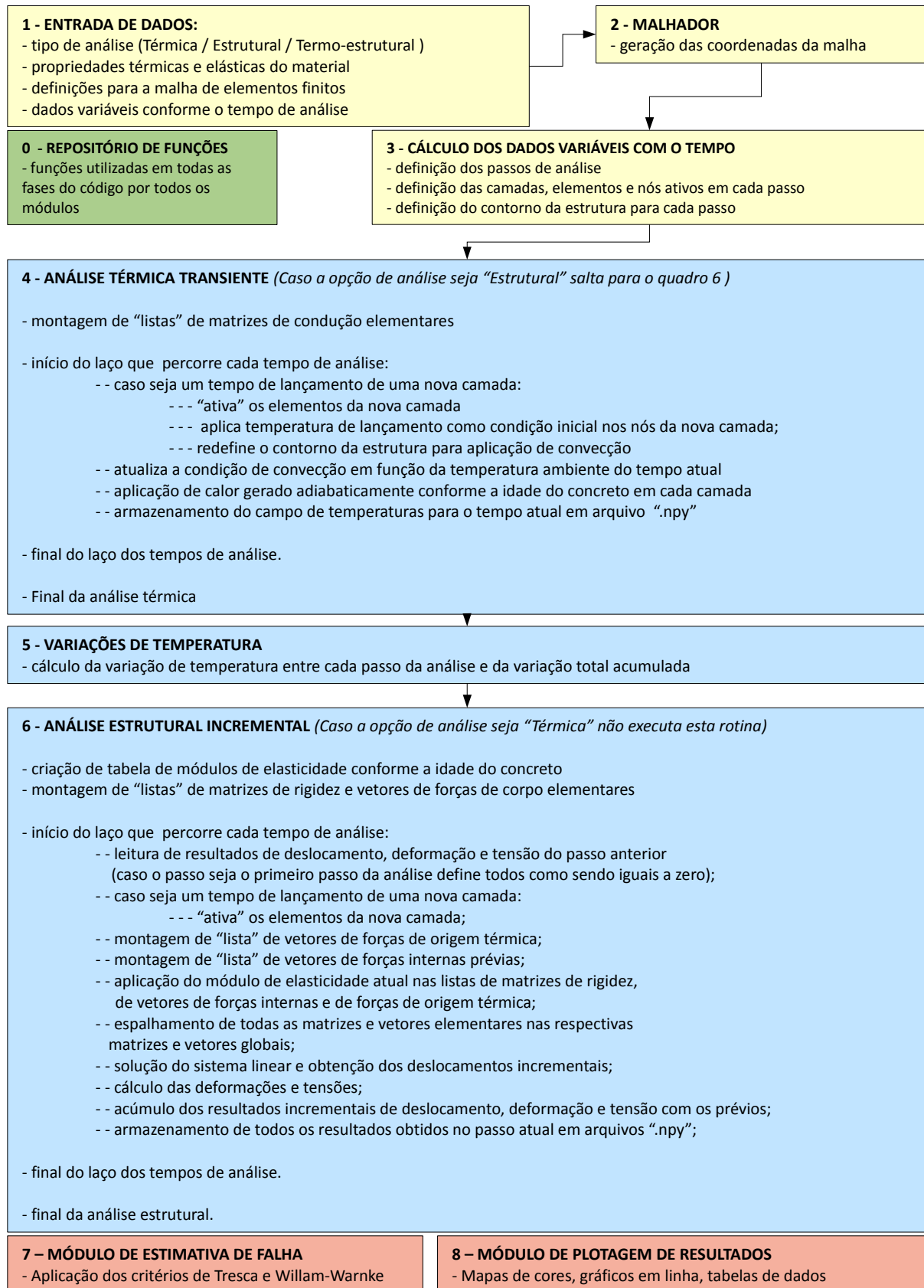


FIGURA 4.1 - ESQUEMATIZAÇÃO GRÁFICA DO PROCEDIMENTO APLICADO NO CÓDIGO PYSTEC

Em segundo lugar, contrastando com os fluxogramas apresentados para as metodologias aplicadas nos trabalhos anteriores (Krüger (2001), Silva (2003), Kavamura (2005) e Teixeira (2006)) o fluxograma do código pySTEC baseia-se não no lançamento de camadas e respectivo intervalo de tempo para lançamento da camada subsequente, mas sim, baseia-se em uma tabela de tempos de análise, montada antes do início das análises, em um pré-processamento descrito nos quadros amarelos. Esta abordagem tornou natural e intrínseca a possibilidade de realizar análises que se prolongam até períodos de tempo que ultrapassam o tempo necessário para o lançamento de todas as camadas da estrutura.

Um terceiro esclarecimento importante se faz necessário quanto ao uso do termo ativar elementos quando do lançamento de uma nova camada. Este termo, de fato, surge como uma herança do uso do recurso Birth & Death do pacote comercial ANSYS®. No ANSYS® este recurso diz respeito a possibilidade de se criar inicialmente a matriz de rigidez global da estrutura completa, e durante os passos de análise, ativar ou desativar elementos conforme ocorram alterações da geometria do problema. A desativação dos elementos, ou melhor, dos graus de liberdade pertencentes aos respectivos elementos desativados, é feita por meio da aplicação de um valor numérico extremamente grande nos termos da diagonal principal da matriz de rigidez que estão correlacionadas aos graus de liberdade destinados a desativação. Isso incorre em erros numéricos muito inconvenientes, como por exemplo, a propagação de um campo de temperaturas nos nós supostamente desativados. Na contramão da desativação, a ativação ocorre pela recuperação do valor outrora substituído na diagonal principal.

No caso do código pySTEC, em realidade, nenhuma ativação de nós, elementos ou graus de liberdade ocorre. O que de fato ocorre é que antes de se iniciar o laço que percorre os tempos de análise, listas – que são entes de armazenamento de dados muito versáteis da linguagem de programação PYTHON - são criadas contendo todas as matrizes e vetores elementares. Estas matrizes e vetores elementares permanecem armazenadas na memória RAM ao longo de toda a respectiva análise (térmica ou estrutural). Dessa maneira, em cada passo de tempo, com o uso de uma rotina muito eficiente de espalhamento de vetores e matrizes, processa-se em questão de centésimos de segundos o espalhamento das

matrizes e vetores elementares nas respectivas matrizes e vetores globais, limitando esse processo sempre aos elementos que se encontram ativos no dado tempo de análise. Em suma, a palavra ativar, no presente texto, refere-se somente a ampliação do escopo de espalhamento de matrizes e vetores elementares. Em outras palavras, o ativar significa espalhar nas matrizes e vetores globais um adendo de matrizes e vetores elementares, que já estavam calculados desde o início da análise, mas, que até então, não haviam sido utilizados. Portanto, esta técnica basicamente não possui nenhuma semelhança com o recurso *Birth & Death* do pacote comercial ANSYS®, apesar de gerar o mesmo efeito.

Um quarto esclarecimento se deve a maneira como o calor gerado adiabaticamente é aplicado. Pelo processo de sobreposição de camadas, tem-se que cada camada possui um concreto com uma idade diferente das outras. Naturalmente, o concreto das camadas mais abaixo está em idades mais avançadas do que os das camadas mais acima. Assim sendo, taxas de geração adiabática de calor diferentes estão ocorrendo em cada camada. Para implementar esta faceta, a aplicação do calor gerado adiabaticamente é processado com uma análise da lista de vetores elementares de calor gerado. Esta lista também é criada no início da análise térmica, porém, com valores unitários que são então multiplicados pela taxa de calor gerada em cada tempo de cada camada.

Processo semelhante foi utilizado para o módulo de elasticidade variável na análise estrutural, porém, com algumas considerações. No início da análise estrutural, matrizes de rigidez elementares são criadas com o detalhe de serem geradas com um módulo de elasticidade unitário. O mesmo se faz com os vetores elementares de forças térmicas e os vetores elementares das forças internas acumuladas dos passos anteriores. Nestes dois últimos, a relação constitutiva, representada pela matriz $[D]$, é montada inicialmente com um módulo de elasticidade unitário. Assim, antes de processar o espalhamento destas matrizes e vetores elementares nas matrizes e vetores globais correlatos, multiplica-se cada um deles pelo módulo de elasticidade que os compete no tempo de análise atual, com a suposição do material ser homogêneo e isotrópico em cada camada.

Deve-se notar ainda que a metodologia adotada prevê somente a influência de efeitos térmicos sobre os resultados estruturais e não o inverso. Considera-se

muito pequena a influência dos efeitos estruturais sobre os resultados térmicos o que significa que o acoplamento ocorre de maneira unidirecional.

O quadro 7 da (FIGURA 4.1) diz respeito ao módulo de estimativa de falha. Como a análise proposta é termoelástica linear, de forma alguma foi prevista a simulação de fenômenos que implicam em não linearidade como plastificação, propagação de trincas, fissuração, dano e etc. Logo, parte-se do princípio de que o material não possui um limite elástico linear, o que é uma aproximação bastante aceitável para análises simplificadas como a aqui proposta. Neste caso, a aplicação dos critérios de falha como o de Willam-Warnke servem para obtenção de uma estimativa de quando o material falhará, sem incutir os efeitos dessa falha nos passos posteriores da análise. Dessa forma os passos posteriores são processados como se nenhuma falha tivesse ocorrido. Por este motivo, o módulo de estimativa de falha pode muito bem ser considerado como um pós-processamento pois não interfere no processo de análise.

Os resultados extraídos do módulo de estimativa de falha servem como indicadores de quando um determinado ponto da malha, e mais especificamente, um ponto de gauss, atingirá o limite de resistência do material. Quando o determinado ponto falha pela primeira vez, o passo de tempo em que esta falha ocorreu é armazenado em arquivos de dados e o ponto não é mais analisado nos passos posteriores, dado que sua falha já ocorreu. Dessa maneira, é possível visualizar os pontos falhos a medida que eles se acumulam em cada passo de tempo da análise (sempre a posteriori da execução da análise).

Outra faceta deste módulo é a possibilidade de definir estimativas de falha considerando grupos de camadas lançadas. Por exemplo, é possível fazer uma estimativa de falha intercalada ao lançamento de grupos de 3, 5 ou 10 camadas. Este procedimento parece bastante interessante principalmente devido a possibilidade de se considerar a variação do módulo de elasticidade do concreto. Nas primeiras idades o módulo de elasticidade é muito baixo, e assim, a análise de falha, considerando por exemplo 4 horas passadas desde o lançamento do concreto, leva ao resultado absurdo de que todos os pontos da camada falharam. Pensando nisso, uma análise mais coerente é levar em conta o lançamento da camada seguinte para então proceder a estimativa de falha. Isto pode ser feito considerando

1 (uma) camada de intercalação entre cada análise de falha, enquanto que a análise sobre a camada recém-lançada, sem a espera pelo lançamento da posterior, é chamada de intercalação 0 (zero). Este módulo funciona de uma maneira totalmente aparte do resto do código. Isto possibilita, por exemplo, executar várias simulações diferentes com o pySTEC, armazená-las em disco, e tempos depois, direcionar o módulo de análise de falha para buscar os dados gerados nas diferentes simulações e executar análises de estimativas de falha em três formas diferentes de intercalação de camadas, obtendo os resultados de falhas nestas três formas para todas as simulações previamente executadas.

Ainda no pós-processamento, há o módulo de plotagem de dados, através do qual, foi possível a geração de gráficos em mapas de cores para esboçar as condições da estrutura como um todo nos tempos de análise desejados, e gráficos em linha, esboçando os resultados relativos a nós ou pontos de gauss específicos ao longo de todo o tempo simulado em uma análise. Todos os gráficos de mapas de cores que sejam gerados são automaticamente armazenados em pastas que o pySTEC cria tomando o nome da análise e adicionado o a terminação “_figs”. Já os gráficos em linha são também armazenados, porém, em pastas que tem o nome da análise mais a terminação “_out”. Junto dos gráficos de linha são armazenados também arquivos de texto com dados separados por ponto e vírgula (;) que foram gerados inicialmente para então se proceder a plotagem do gráfico de linha.

O último quadro do fluxograma a ser comentado é o quadro 0, referente ao módulo de funções, onde constam todas as funções desenvolvidas para o pySTEC sendo estas utilizadas em todos os módulos que o compõe.

4.1.1 Detalhes Importantes na Implementação

Na subseção anterior foi delineado um panorama do código pySTEC e do procedimento de análise por trás dele. Nesta subseção alguns pontos importantes que dizem respeito a forma como o código pySTEC foi implementado são enumerados e comentados.

4.1.1.1 Funções de forma 1D (lineares e quadráticas) para aplicação da condição de contorno de convecção

Além do uso das funções de forma sobre o domínio Ω , para a aplicação das condições de convecção no contorno Γ , foi necessária a definição de um conjunto de funções de forma 1D que representassem as linhas de contorno da estrutura no plano. Foram implementados elementos bilineares e biquadráticos para interpolação do domínio. Dessa forma, para acoplar fluxo convectivo sobre elementos bilineares (2D), funções de forma 1D lineares foram implementadas. e para os elementos biquadráticos (2D), funções de forma 1D quadráticas. Uma particularidade destas funções é que, ao contrário das funções utilizadas para o domínio, elas não sofreram nenhum mapeamento, e sua formulação baseou-se então na distância entre os nós extremos, ou seja, o comprimento da linha L (quer seja no sentido vertical $(y_{final} - y_{inicial})$, como no sentido horizontal $(x_{final} - x_{inicial})$).

Dessa maneira, segundo Bhatti (2005), a representação matricial das integrais associadas aos termos convectivos fica sendo:

Para o caso linear:

$$[K_c] = \int_{\Gamma_c} [N]_{\Gamma}^T h_c [N]_{\Gamma} d\Gamma_c = h_c L \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\{f_c\} = \int_{\Gamma_c} [N]_{\Gamma}^T h_c T_{amb} d\Gamma_c = h_c L \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Caso quadrático:

$$[K_c] = \int_{\Gamma_c} [N]_{\Gamma}^T h_c [N]_{\Gamma} d\Gamma_c = h_c L \begin{bmatrix} \frac{2}{15} & \frac{1}{15} & \frac{-1}{30} \\ \frac{1}{15} & \frac{8}{15} & \frac{1}{15} \\ \frac{-1}{30} & \frac{1}{15} & \frac{2}{15} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\{f_c\} = \int_{\Gamma_c} [N]_{\Gamma}^T h_c T_{amb} d\Gamma_c = h_c L \begin{bmatrix} \frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Sendo:

h_c - coeficiente de filme

T_{amb} - temperatura ambiente

L - distância entre os nós extremos do elemento linear

4.1.1.2 Aplicação de temperatura de lançamento das camadas

Adotando o mesmo método utilizado pelo software ABAQUS®, ao ser aplicada a temperatura de lançamento de uma camada (temperatura inicial) desconsiderou-se os nós de interface com a camada anterior, mantendo-se nestes nós de interface as temperaturas provindas do passo anterior da análise.

4.1.1.3 Módulo de elasticidade e calor gerado adiabaticamente

A variação do módulo de elasticidade é regulada por equações empíricas determinadas para diferentes tipos e traços de concreto e encontradas em Andrade (1997), as quais possuem a forma:

$$E(t) = \frac{d}{A \times 10^{-3} + B \times d \times 10^{-3}} \times 10^6 Pa \quad (4.5)$$

onde d é a idade do concreto em dias e os coeficientes A e B são particularizados para os diferentes tipos e traços. Para as simulações comparativas com o pacote comercial ABAQUS® foram utilizados os coeficientes: $A=0,177$ e $B=0,0845$, seguindo o modelo de calibração proposto por Teixeira (2006). Já para a simulações do corpo da barragem da UHE Gov. José Richa (Salto Caxias), seguindo a adoção feita por Kavamura (2005), os coeficientes utilizados foram: $A=2,12$ e $B=0,162$.

Como ilustração da variação do módulo de elasticidade do CCR nas

primeiras horas, a (FIGURA 4.2) esboça um gráfico gerado conforme os coeficientes adotados por Teixeira (2006). Como é possível constatar, o módulo de elasticidade do concreto em suas primeiras horas apresenta-se muito baixo, o que implica em deformações muito acentuadas, porém, com tensões com valores baixos. Entretanto, como a resistência do concreto, calculada em função do módulo de elasticidade, também é baixa, estas tensões podem induzir a falha do material.

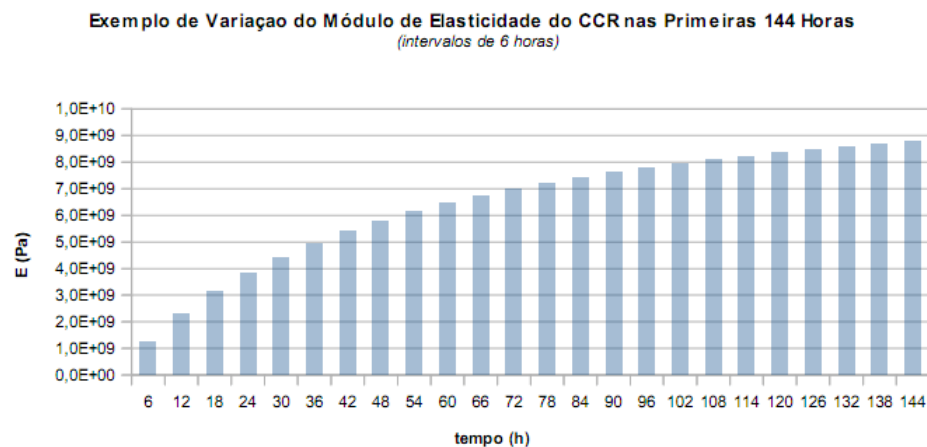


FIGURA 4.2 - VARIAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CCR NAS PRIMEIRAS 144 HORAS – A = 0,177 E B = 0,0845

Também, como ilustração, a (FIGURA 4.3) apresenta a variação do módulo de elasticidade do CCR com os mesmos coeficientes de antes, porém, em intervalos de 24 horas até serem atingidos os 28 dias previstos em norma.

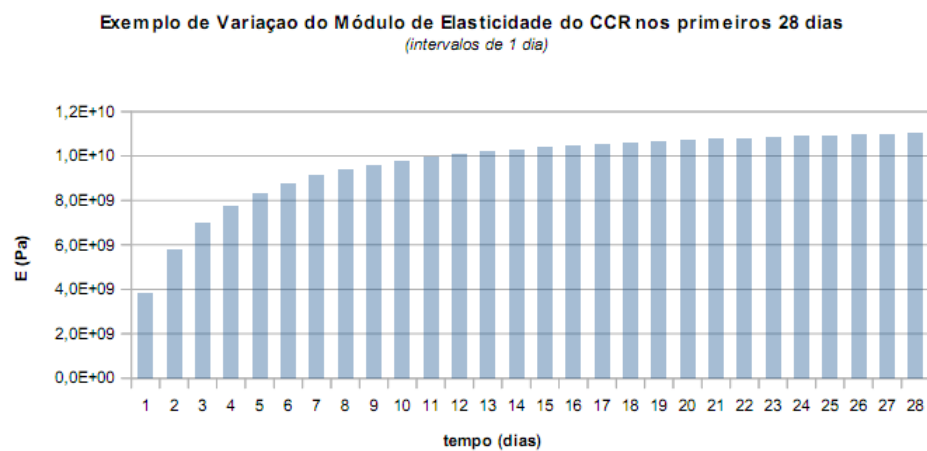


FIGURA 4.3 - VARIAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CCR NOS PRIMEIROS 28 DIAS -- A = 0,177 E B = 0,0845

A partir da (FIGURA 4.3) fica patente a significância da variação do módulo de elasticidade nas primeiras idades e sua atenuação com o passar do tempo. Analogamente a variação do módulo de elasticidade, ocorre a variação da taxa de calor gerado adiabaticamente conforme a idade do concreto de cada camada. Para esta propriedade, em vez de uma equação, obteve-se do trabalho de Krüger (2001) uma curva de variação de temperatura adiabática característica do CCR, que foi transformada via aplicação da Lei de Fourier em uma curva de variação do calor gerado. Esta curva é então definida como valores em $J/m^3 h$ associados a pontos no tempo, mensurados em horas, como é mostrado na (FIGURA 4.4):

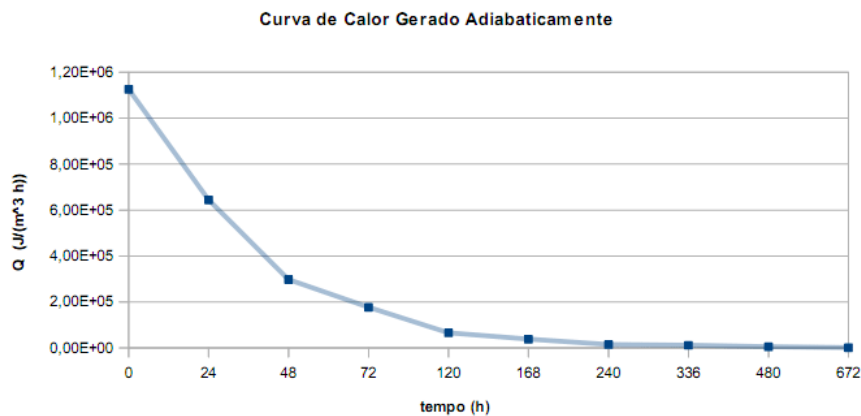


FIGURA 4.4 - CURVA DE CALOR GERADO ADIABATICAMENTE

Assim, para valores de tempo de análise que estejam entre os valores de tempo que compõe a curva da (FIGURA 4.4), adotou-se uma interpolação linear.

Em suma, para exemplificar a aplicação destas duas propriedades do material segundo suas variações no tempo, imagine-se uma estrutura de 6 camadas, sendo cada camada lançada após um intervalo de tempo de 24 horas, totalizando uma simulação de 144 horas até a conclusão da estrutura. Além disso, tome-se como 2 horas o intervalo de tempo entre cada passo de análise. As propriedades do concreto, segundo os coeficientes e a curva de geração de calor assumidos por Teixeira (2006), nos tempos 72.001, 84, 120.001 e 132 horas, atingem os valores mostrados na (FIGURA 4.5). Nessa figura é importante salientar o porquê de valores de tempo com as frações de horas 0.001. Seguindo a formulação do trabalho de Krüger (2001), para diferenciar os tempos de análise em

que alguma camada foi lançada, optou-se por criar um passo de tempo extra que intercala o último tempo em que a camada posterior permanece com sua superfície livre e o lançamento de uma nova camada. Por exemplo, na (FIGURA 4.5), a camada 3 tem seu último tempo de superfície livre como 72 horas e a camada 4 é lançada no tempo 72.001 horas.

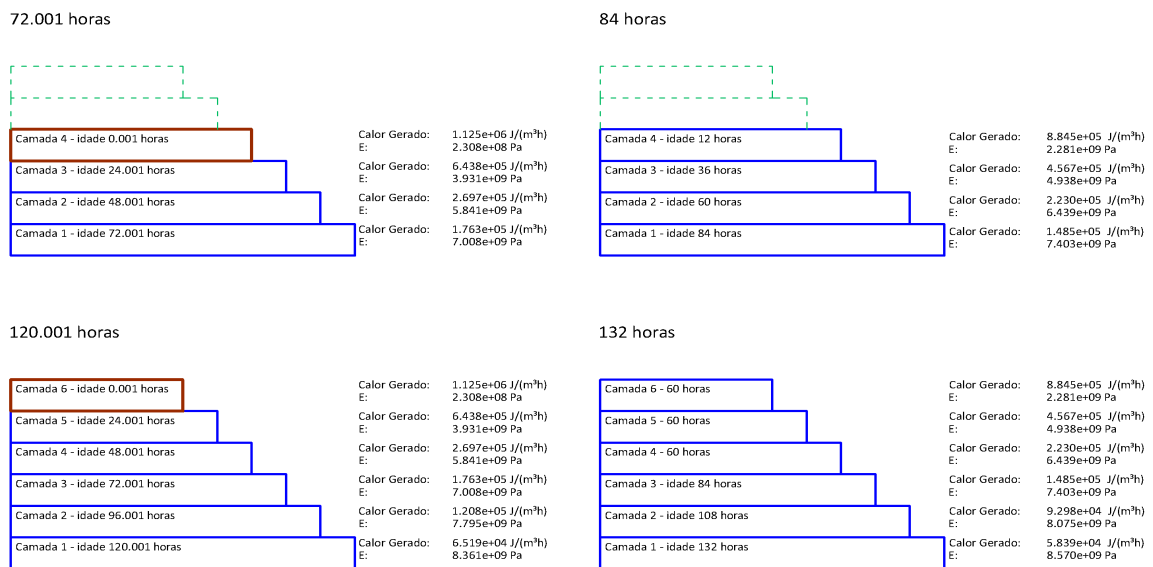


FIGURA 4.5 - PROPRIEDADES DO CCR VARIANDO CONFORME A IDADE DAS CAMADAS LANÇADAS

Uma peculiaridade da implementação da forma de aplicação do módulo de elasticidade é que quando uma camada é lançada, sua idade é considerada como sendo igual a 1 hora e não 0.001. Por padrão os módulos de elasticidade são sempre calculados com valores inteiros, fruto de um arredondamento sempre no sentido do maior valor, o que faz com que o módulo de elasticidade, por exemplo, para o tempo 0,001 hora seja calculado como equivalente ao de 1 hora. O mesmo é válido para idades de concreto não inteiras que possam ocorrer em camadas inferiores como 48.001. Neste caso, o módulo de elasticidade é calculado com o valor de 49 horas.

4.1.1.4 Incrementação das forças térmicas

Como forma de acoplamento do campo térmico no processo de cálculo de deslocamentos, foi necessária a conversão da variação de temperaturas em forças térmicas, para consequente aplicação no vetor de solicitações, conforme já demonstrado. Porém, estas forças térmicas para um dado passo de análise, são calculadas considerando a variação do campo de temperaturas a partir do passo anterior (incremento de variação térmica) somadas com a deformação total de origem térmica acumulada até então ($\varepsilon_{\text{termo_acum}}$) (GOSZ, 2006).

$$\{f_{\text{termo}}\} = (1 + \nu) \int_{\Omega} [B]^T [D] (E(x, y, t)) (\alpha \{\Delta T\} + \varepsilon_{\text{termo_acum}}) d\Omega \quad (4.6)$$

Além do mais, as forças calculadas para o tempo de análise em questão são obtidas a partir da atualização do módulo de elasticidade, o que significa em termos práticos que, para um módulo de elasticidade crescente, as deformações de passos anteriores implicam em forças nodais maiores no passo atual.

4.1.1.5 Processo incremental de cálculo das deformações totais

Um fator determinante na obtenção de resultados compatíveis com os do pacote comercial ABAQUS® foi não considerar o campo de deslocamento total para o cálculo das deformações, e sim, calculá-las a partir dos incrementos de deformação e proceder sua devida acumulação com os resultados anteriores. Isso tem um efeito muito acentuado na representação do campo de deformações que surge nas interfaces de camadas. O não uso de um processo incremental para tal fim gera resultados bastante discrepantes. Isto é possível de ser constatado mais adiante na validação do código, onde uma comparação destes resultados é feita contrastando uma análise estrutural linear não-incremental em cada passo com uma análise linear incremental. Esta mesma afirmação é válida para o cálculo das deformações de origem térmica.

4.1.1.6 Cálculo das tensões

Na contramão do cálculo de deformações, o cálculo de tensões por sua vez não foi processado de forma incremental. A obtenção das tensões para um dado passo de tempo da análise foi feita sempre considerando o campo de deformações total acumulado até o dado momento e também o módulo de elasticidade atualizado para cada camada. Sem conseguir um embasamento mais concreto na literatura para tal procedimento, este método foi adotado em função da obtenção de resultados que se equiparassem aos obtidos via o software ABAQUS®.

4.1.1.7 Forma de cálculo da resistência à compressão (f_c) e da resistência à tração (f_t) do concreto

Dado que o módulo de elasticidade do concreto pode ser calculado como sendo variável com o tempo no código desenvolvido, as resistências à compressão (f_c) e à tração (f_t) do concreto são calculadas em função do módulo de elasticidade via a manipulação algébrica das expressões encontradas na norma ABNT NBR-6118 (2003) - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Conforme esta norma, o módulo de elasticidade secante (E_{cs}) pode ser calculado em função da resistência a compressão do concreto (f_c) como:

$$E_{cs} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_c} \quad (E_{cs} \text{ e } f_c \text{ em MPa}) \quad (4.7)$$

Através de manipulação algébrica, com a devida consideração das unidades empregadas, isola-se f_c na equação (4.7) o que leva a

$$f_c = \left(\frac{E_{cs}}{4.76 \times 10^6} \right)^2 \quad (E_{cs} \text{ e } f_c \text{ em Pa}) \quad (4.8)$$

Com a equação (4.8) e consideração de que E_{cs} pode representar o módulo de elasticidade calculado em cada passo de análise, é possível obter-se a resistência a compressão resultante de cada camada lançada conforme a idade do concreto que a compõe.

Quanto a resistência à tração (f_t), a norma ABNT NBR-6118 (2003), para o

caso da ausência de resultados de ensaios de tração, fornece uma forma de cálculo desta propriedade baseando-se na resistência à compressão, expressa como:

$$f_t = 21.0 \times \sqrt[3]{f_c^2} \quad (f_c \text{ e } f_t \text{ em } Pa) \quad (4.9)$$

Trazendo os resultados de resistência a compressão obtidos em (4.8) para a equação (4.9) foram calculadas então as resistências à compressão do CCR e com estes dados foi processada a aplicação dos critérios de falha nas estimativas de falha posteriores a conclusão das simulações.

4.1.2 Linguagem PYTHON e a Organização do Código pySTEC

PYTHON é uma linguagem de programação de alto nível, interpretada, imperativa e orientada a objetos, de tipagem dinâmica forte. Foi lançada por Guido van Rossum em 1991, e atualmente, possui um modelo de desenvolvimento comunitário, aberto e gerenciado pela organização sem fins lucrativos – Python Software Foundation. Apesar de várias partes da linguagem possuírem padrões e especificações formais, a linguagem como um todo não é formalmente especificada.

A linguagem foi projetada com a filosofia de enfatizar a importância do esforço do programador sobre o esforço computacional. Prioriza a legibilidade do código sobre a velocidade ou expressividade. Combina uma sintaxe concisa e clara, com recursos poderosos de sua biblioteca padrão e módulos desenvolvidos por terceiros.

É uma linguagem multiplataforma sendo que, para o presente trabalho, o código foi desenvolvido em sua maior parte em ambiente Windows. Porém, para a execução das simulações, e em especial as maiores, inevitavelmente foi utilizado o ambiente Linux. Isto se deve ao fato do gerenciamento de memória do Windows ser incrivelmente inferior ao gerenciamento de memória do Linux, e assim, nenhuma das simulações representando o Bloco 8 da Barragem de Salto Caxias (60 camadas e cerca de 10 mil elementos de 8 nós) pode ser processada em Windows.

Para o desenvolvimento do pySTEC quatro pacotes adicionais precisam ser instalados sobre o PYTHON, a saber

- **Numpy**: pacote que suporta arrays e matrizes multidimensionais, possuindo

uma larga coleção de funções matemáticas para trabalhar com estas estruturas;

- **Scipy:** módulo instalado sobre as funcionalidades do Numpy que potencializa o processo de cálculo e manipulação matricial, com rotinas de solução de sistemas lineares e manipulação de vetores com foco em matrizes esparsas;
- **Sympy:** módulo de matemática simbólica;
- **Matplotlib:** biblioteca de plotagem de gráficos ;

Os códigos PYTHON são armazenados em arquivos com extensão “.py”. Estes arquivos podem então ser chamados por linha de comando com a referência ao compilador python ou ainda a partir de um “IDE” (integrated development environment - ambiente de desenvolvimento integrado). Para presente trabalho foi utilizada a IDE “Spyder,” que possibilita a execução dos arquivos “.py” e imediata manipulação das variáveis e resultados gerados em um console interativo.

No desenvolvimento do código pySTEC, duas rotinas prontas encontradas nos pacotes adicionais do Python foram importantes no tocante a melhoria de desempenho do código, sendo estas:

- **coomatrix:** função que faz parte do pacote SciPy e tem seu uso destinado a implementação de códigos de elementos finitos recebendo como entradas uma matriz vazia (a global), um vetor com os elementos das matrizes elementares, e outros dois vetores com as posições destes na matriz global. Com estes dados, a função processa o espalhamento das matrizes e vetores elementares nos globais correlatos de forma otimizada.
- **spsolve:** rotina de solução de sistemas lineares que usa o algoritmo SuperLU 4.0 e que também faz parte do pacote SciPy. Seu algoritmo processa uma solução direta do sistema via decomposição LU com pivoteamento parcial e solução do sistema triangularizado via retro e pró substituições combinadas. As colunas das matrizes podem ser pré-ordenadas (antes da fatoração), quer seja pelo uso de bibliotecas associadas ou por rotinas fornecidas pelo usuário. Esse algoritmo conta também com rotinas de estabilização dos sistemas, estimando o número

de condição e calculando o erro retroativo relativo, de modo a estimar os limites de erro para refinamento da solução (DEMME et al., 1999).

A (FIGURA 4.6) detalha os arquivos “.py” que compõe o pySTEC e suas relações.

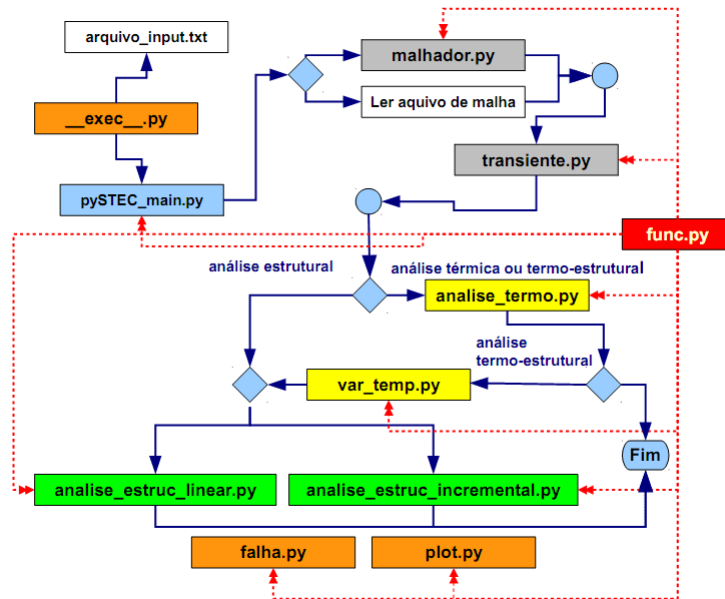


FIGURA 4.6 - FLUXOGRAMA DO CÓDIGO PYSTEC

Por extenso, o que o fluxograma de funcionamento do código representado na (FIGURA 4.6), sumariza é o seguinte:

O arquivo que inicia todo o processo de análise é o “__exec__.py”, onde nele devem constar o endereço de uma pasta que contenha os inputs das análises que se deseja realizar (“arquivo_input.txt”) e um endereço de uma pasta onde os resultados das análises serão salvos. Os arquivos de input precisam ser configurados segundo regras que podem ser encontradas no link mencionado no Apêndice C.

Com os dados de entrada na memória RAM o “__exec__.py” chama então o arquivo “pySTEC_main.py” que acessa todos os demais arquivos e define toda a árvore decisória do código.

O primeiro passo do “pySTEC_main.py” é a composição da malha de elementos finitos. Esta pode ser feita por dois métodos:

- a partir do arquivo “malhador.py”, que gera malha a partir de dados

geométricos fornecidos nos arquivos de input;

- a partir de um arquivo de input de malha que deve ser configurado conforme as regras mencionadas no link do Apêndice C;

Por uma das duas maneiras citadas é gerado então um arquivo nomeado como “%Nome da Análise%__coord.txt” com as coordenadas x e y da malha de elementos finitos e um arquivo chamado “%Nome da Análise%__malha.txt” com os seguintes dados:

- incidências dos elementos tanto de domínio como de contorno;
- os nós e elementos máximos e mínimos de cada camada;
- nós com restrições de deslocamento;
- nós que compõe as interfaces entre as camadas;

Um detalhe importante a ser salientado aqui é que o código foi desenvolvido pressupondo uma numeração crescente dos elementos e dos nós que compõe a estrutura obedecendo também a sequência de lançamento das camadas. Isto significa, por exemplo, que se a camada número 1 tem como máximo elemento o elemento de número 30, a camada dois terá como seu primeiro elemento o de número 31. O mesmo princípio é aplicado para a numeração dos nós, com a observância do sombreamento que ocorre com os nós de interface entre camadas. Além disso, dois arquivos com extensão “.npy” são gerados com as coordenadas dos “pontos de gauss” relativos aos elementos da malha.

Em um segundo momento, após a geração dos dados da malha, o “pySTEC_main.py” chama então o arquivo “transiente.py” onde são definidas as propriedades geométricas e algumas diretivas de execução, gerando uma lista de tempos de análise. Como resultado disso, é gravado em disco um arquivo chamado “%Nome da Análise%__transiente.txt” onde constam:

- lista de tempos da análise;
- lista dos tempos de lançamento de camadas;
- tempo total da análise (considerando a continuidade após o lançamento de todas as camadas);
- máximo nó ativo em cada tempo de análise;
- máxima camada ativa em cada tempo de análise;
- tabela com as temperaturas ambiente em cada tempo de análise;

- tabela da temperatura de lançamento de cada camada (considerando a hipóteses destas variarem);
- tabela do tempo em que cada camada permanece como superfície livre;
- máximo e mínimo elemento ativo em cada passo da análise;
- nós em que se deverá aplicar condição de temperatura inicial para cada passo da análise, sendo isto restringido apenas aos tempos de lançamento de uma nova camada;

Após estes processos, pode-se dizer que a fase de pré-processamento é concluída e o “pySTEC_main.py” parte então para a fase de análise propriamente dita. Na fase de análise a primeira consideração é quanto ao tipo de análise a ser feita: térmica, estrutural ou termo-estrutural. Caso a opção seja uma análise térmica, o “pySTEC_main.py” chama o arquivo “analise_termo.py” e ao final da execução deste encerra-se a análise. Caso a opção seja uma análise estrutural, é chamado ou o arquivo “analise_estruc_linear.py”; no caso da opção de análise linear instantânea, ou “analise_estruc_incremental.py” para o caso de uma análise linear incremental. Ao término da execução de um destes dois chega-se então ao fim da análise. O terceiro tipo de análise, o termo-estrutural, chama inicialmente o arquivo “analise_termo.py” e na sequência, com base nos resultados térmicos, executa o arquivo “var_temp.py”, onde as variações de temperatura acumuladas e entre passos de análise são calculadas e fornecidas para a análise estrutural. A análise estrutural então é processada por um dos dois arquivos antes mencionados, e assim, com o término da execução destes, chega-se ao final do processo de análise porém com o acoplamento do efeito térmico sobre os resultados estruturais.

Atuante em todos os passos de análise, o arquivo “func.py” funciona como uma biblioteca de funções, sendo estas exportadas para todos os demais arquivos componentes do código pySTEC.

Fora do fluxo de análise encontram-se os arquivos “plot.py” e “falha.py” que constituem o pós-processamento do código e que já tiveram seus papéis descritos na esquematização da metodologia feita em subseção anterior a esta. Estes dois arquivos devem ser importados para o console interativo do PYTHON por meio das diretivas “import plot” e “import falha”, e então, procede-se a chamada de uma das

funções que os compõe para se obter resultados ou aplicar a estimativa de falha pós-análise.

Alguns dos arquivos produzidos durante o processamento do código são gerados em formato “.txt” com o intento de que o usuário possa confirmar os dados fornecidos, especialmente na fase do pré-processamento. Ao longo de toda a execução do código, informações são gravadas em arquivo com parte final de nome “_log_”, armazenando os passos executados e cronometrando o tempo destes passos, e arquivo com parte final de nome “_reg_” que serve para recuperação e continuação de análises interrompidas.

5 APLICAÇÕES E RESULTADOS

Neste capítulo, serão mostrados os resultados da aplicação do código computacional desenvolvido na simulação da barragem da UHE Governador José Richa (Salto Caxias) e aplicando a estimativa de falha sobre os cenários de simulação montados. Saliente-se que resultados de testes numéricos para validação do processo de cálculo desenvolvido no código pySTEC são apresentados no APÊNDICE A.

5.1 MODELO DA SEÇÃO PARCIAL DO BLOCO B-08 DE SALTO CAXIAS

Conforme descrito por Krüger (2001) a barragem da UHE Governador José Richa (Salto Caxias) conta com uma instrumentação composta de 66 termômetros, 29 extensômetros de junta, 6 extensômetros múltiplos, 6 extensômetros triortogonais, 24 piezômetros de maciço, 29 piezômetros de fundação, 7 medidores de vazão, 3 pêndulos e 11 pinos de referências.

Os termômetros foram instalados em duas seções, sendo uma no vertedouro, Bloco VT-13 com 25 termômetros, e a outra na barragem, Bloco B-08, com 41 termômetros. O interesse de todos os estudos até então voltou-se para os instrumentos na seção do Bloco B-08 que são esboçados na (FIGURA 5.1). Considerando-se as posições dos termômetros, foram adotados no modelo computacional 9 pontos de extração de dados como demonstrado na (FIGURA 5.2).

Vale lembrar que o modelo representa somente as fases 1 e 2 do Bloco B-08, que após concluídas, conforme previsão, sofreram galgamento. Repare-se que na (FIGURA 5.2) os pontos A servem para extração de dados da face de montante, enquanto que os pontos B e C fornecem dados do interior do maciço e da face de jusante, respectivamente.

As propriedades termomecânicas do concreto utilizado em Salto Caxias são sumarizadas nas TABELAS 5.1 e 5.2.

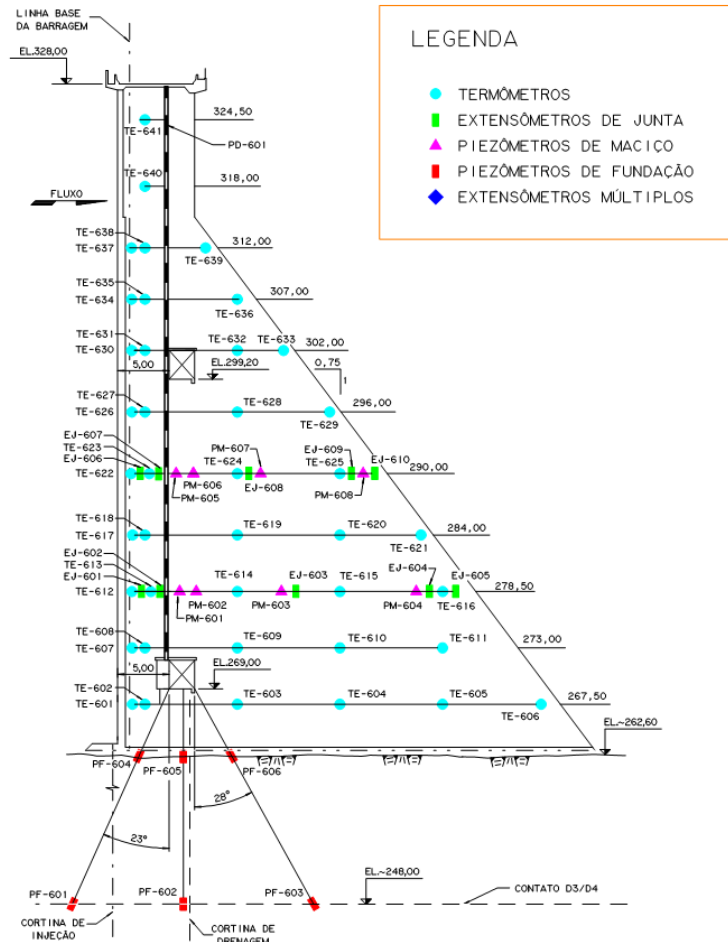


FIGURA 5.1 - INSTRUMENTAÇÃO DO BLOCO B-08 -FONTE: KRÜGER (2001)

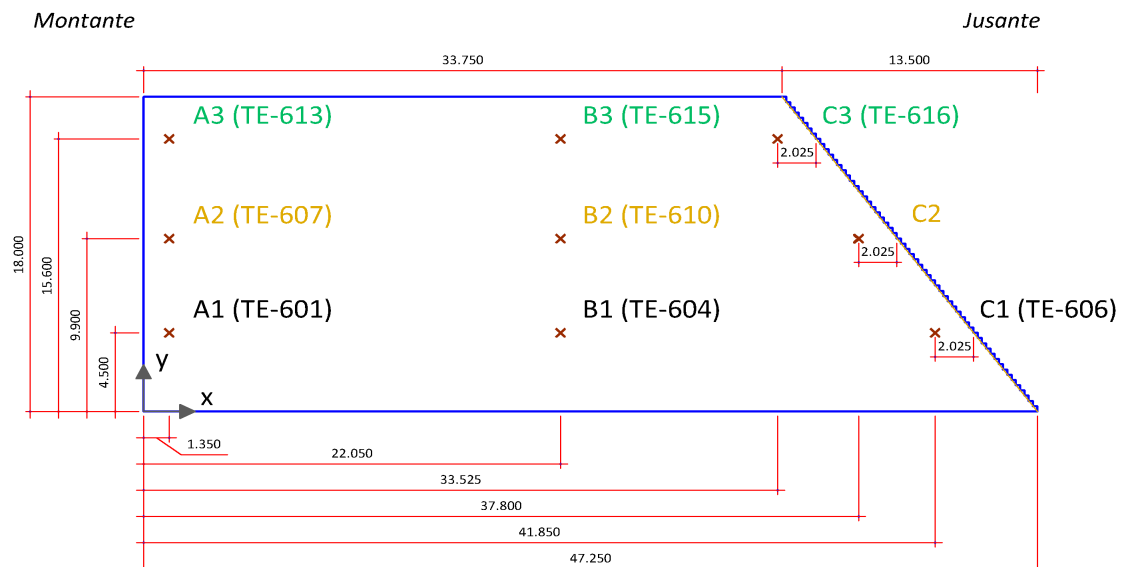


FIGURA 5.2 - PONTOS DE EXTRAÇÃO DE DADOS DO MODELO DA BARRAGEM DE SALTO CAXIAS

TABELA 5.1 - PROPRIEDADES TÉRMICAS DO CCR DE SALTO CAXIAS
 FONTE: KAVAMURA (2005)

Propriedades	Valores
Densidade	2.388 Kg/m ³
Calor específico	1.105 J/Kg°C
Condutividade térmica	6445,93 J/mh°C
Coeficiente de dilatação térmica	7,07e-6 /°C
Coeficiente de convecção concreto / ar	50.232 J/m ² hC
Coeficiente de Poisson	0,2
Módulo de elasticidade (caso constante)	6.0 GPa
Módulo de elasticidade (caso variável no tempo)	($T_e/(0,177e-3 + 0.0845e-3 \times T_e)$) x 10 ⁶ Pa

TABELA 5.2 - ELEVAÇÃO ADIABÁTICA DE TEMPERATURA E CURVA DE GERAÇÃO DE CALOR
 PARA ANÁLISES DE SALTO CAXIAS
 FONTE: KAVAMURA (2005)

Tempo		Temperatura (T)	Calor Gerado (Q)
(dias)	(horas)	(°C)	J/(m ³ h)
0	0	0,00	1.125.216
1	24	8,06	647.776
2	48	11,78	170.467
3	72	13,57	150.260
5	120	15,30	64.089
7	168	16,15	34.614
10	240	16,82	17.410
14	336	17,30	8.893
20	480	17,67	4.287
28	672	17,92	2.128

De maneira geral, as condições de contorno adotadas para o modelo são descritas na (TABELA 5.3):

TABELA 5.3 - CARACTERÍSTICAS DA MODELAGEM

Condições de Contorno Térmicas	- Fluxo de calor nulo na base da primeira camada;
	- Aplicação de fluxo convectivo nas linhas que representam a superfície do macico conforme o lançamento de cada camada;
	- Aplicação do calor gerado como força de corpo em cada camada segundo a idade do concreto que as compõe;
Condições de Contorno Estruturais	- Restrição aos deslocamentos nas direções “x” e “y” na base da primeira camada;

Na (FIGURA 5.2), além dos pontos de extração de dados, está esboçada a geometria adotada para geração do modelo, onde a galeria de drenagem é desconsiderada, assim como, por simplificação, as fases 1 e 2 são consideradas como tendo sido lançadas simultaneamente.

Foram reproduzidos os mesmos casos de análises de Kavamura (2005) com as seguintes ressalvas:

- Passos de tempo de 3 horas entre cada análise;
- Uso de elemento lagrangiano de 9 nós ao invés do serendipity de 8 nós;
- Para cada caso de análise de Kavamura (2005) foram adotadas duas variantes quanto ao tipo de análise estrutural: as variantes “K” fazem uso de análises estruturais lineares não-incrementais e as variantes “W” fazem uso de análises estruturais lineares incrementais;
- Como as análises térmica e estrutural são lineares, não há “substeps” entre cada passo de análise;
- Todas as análises foram levadas até a marca de 3000 horas simuladas;

Na tabela a seguir são elencadas as variáveis de cada análise realizada:

TABELA 5.4 - DADOS DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS – ADAPTADO DE KAVAMURA (2005)

Análises	Características					
	Camadas		Temperaturas		Intervalos de lançamentos	Módulo de Elasticidade (E)
	Altura	Qtd.	Ambiente	Lançamento		
	(cm)	(unidades)	(°C)	(°C)	(h)	(GPa)
K1/W1	1800	1	20	25	720	6
K2/W2	30	60	variável	variável	variável	variável
K3/W3	30	60	20	25	12	6
K4/W4	30	60	20	25	24	6
K5/W5	30	60	20	25	48	6
K6/W6	45	40	20	25	12	6
K7/W7	60	30	20	25	12	6
F3	30	60	20	25	12	variável
F4	30	60	20	25	24	variável
F5	30	60	20	25	48	variável
F6	45	40	20	25	12	variável
F7	60	30	20	25	12	variável

Resumindo a nomenclatura de análise utilizada na (TABELA 5.4):

W – análises estruturais lineares incrementais

K – análises estruturais lineares não-incrementais

F – análises estruturais lineares incrementais com E (módulo de elasticidade) variável.

1 – bloco único

2 – camadas conforme cronograma de obra

3 – padrão (30cm / 12 h)

4 , 5 – efeito da altura (camadas de 45 e 60 cm / 12 h)

6 , 7 – efeito do intervalo (camadas de 30 cm / 24 e 48 h)

As simulações K1 e W1 desprezam o efeito do lançamento das camadas e consideram a estrutura como sendo construída em um bloco único. As simulações K2 e W2 compõe o caso mais extremo considerando a variação da temperatura ambiente e de lançamento das camadas simulando também o cronograma de lançamento das camadas utilizado na obra de Salto Caxias. Além disso, essas

análises simulam a variação do módulo de elasticidade do concreto. Os dados variáveis com o tempo aplicados nessas análises são resumidos na (TABELA 5.5).

As análises K3/W3, K4/W4 e K5/W5 visam a comparação do efeito da variação do intervalo do lançamento de camadas (12, 24 e 48 horas) para camadas de 30 cm, enquanto que as análises K6/W6 e K7/W7 contrastadas com K3/W3 servem para simular o efeito da variação da espessura das camadas (30, 45 e 60 cm) em lançamentos espaçados em 12 horas.

TABELA 5.5 - TEMPERATURAS DO AMBIENTE E DE LANÇAMENTO DE CONCRETO AO LONGO DA CONSTRUÇÃO DA BARRAGEM DE SALTO CAXIAS

Tempo* (h)	Temp. Ambiente (°C)	Temp. Lançamento (°C)	Tempo* (h)	Temp. Ambiente (°C)	Temp. Lançamento (°C)	Tempo* (h)	Temp. Ambiente (°C)	Temp. Lançamento (°C)
75	22,0	25,1	879	22,0	25,1	1592	21,0	19,1
170	23,0	26,3	907	22,0	25,2	1603	32,0	25,1
191	23,0	25,7	924	19,0	25,4	1664	28,0	24,8
215	23,0	25,7	988	27,0	27,8	1677	22,0	20,8
239	23,0	25,8	1045	23,0	23,7	1759	22,0	21,6
356	24,0	27,2	1058	27,0	27,1	1864	24,0	23,5
395	30,0	30,8	1079	24,0	22,3	1968	23,0	24,4
409	30,0	30,8	1084	23,0	24,3	2015	23,0	23,1
423	25,0	27,4	1102	25,0	27,0	2091	23,0	24,2
508	26,0	26,5	1113	20,0	22,0	2135	28,0	23,7
523	20,0	26,4	1136	22,0	26,1	2238	25,0	22,8
540	26,0	27,3	1195	27,0	27,3	2337	25,0	22,4
567	22,0	25,3	1290	27,0	26,4	2368	29,0	26,2
584	28,0	26,7	1351	20,0	22,2	2412	26,0	23,2
596	20,0	24,7	1374	21,0	25,0	2449	25,0	17,6
658	28,0	29,4	1388	26,0	24,7	2477	21,0	20,2
673	23,0	27,4	1412	20,0	24,4	2700	21,0	
697	23,0	26,4	1425	26,0	24,4	2800	21,5	
739	23,0	23,9	1463	21,0	21,1	2900	22,5	
763	22,0	25,8	1499	15,0	16,5	3000	25,5	
815	21,0	27,1	1511	22,0	22,6	3100	25,5	
852	27,0	25,1	1532	14,0	21,5			

* Tempo acumulado em horas relativo ao lançamento de cada camada até 2477 horas. A partir de 2477 horas dados médios para congruência com as demais análises - Adaptado de Krüger (2001)

As simulações F3, F4, F5, F6 e F7 têm os mesmos parâmetros de W3, W4, W5, W6 e W7, sendo portanto, lineares incrementais no cálculo estrutural. Entretanto, todas consideram a variação do módulo de elasticidade do concreto conforme a expressão (5.1). Estas simulações foram geradas para aplicação da

estimativa de falha via o critério de falha de Willam-Warnke.

A (TABELA 5.5) com as temperaturas de lançamento de cada camada e respectivas temperaturas do ambiente no momento destes lançamentos, foi extraída do trabalho de Krüger (2001). Por padrão todas as simulações foram levadas até 3000 horas sendo utilizados dados médios de temperatura ambiente como forma de compatibilizar as marcas de tempo de todos os resultados das análises.

Considerando uma defasagem entre cada camada lançada de 22,5 cm na lateral direita, fixou-se que os elementos da malha teriam esta medida como dimensão máxima (na direção horizontal). Dessa forma, para as análises com camadas de 30 cm, foram usados 2 elementos na vertical de cada camada, o que fez com que todos os elementos da malha tivessem a dimensão padrão de 22,5 x 15,0 cm. Mantendo-se esta dimensão padrão de 22,5 cm x 15,0 cm (base x altura) a análise com camadas de 45 cm contou com 3 elementos na vertical, e a análise com camadas de 60 cm com 4 elementos como pode ser verificado na (FIGURA 5.3).

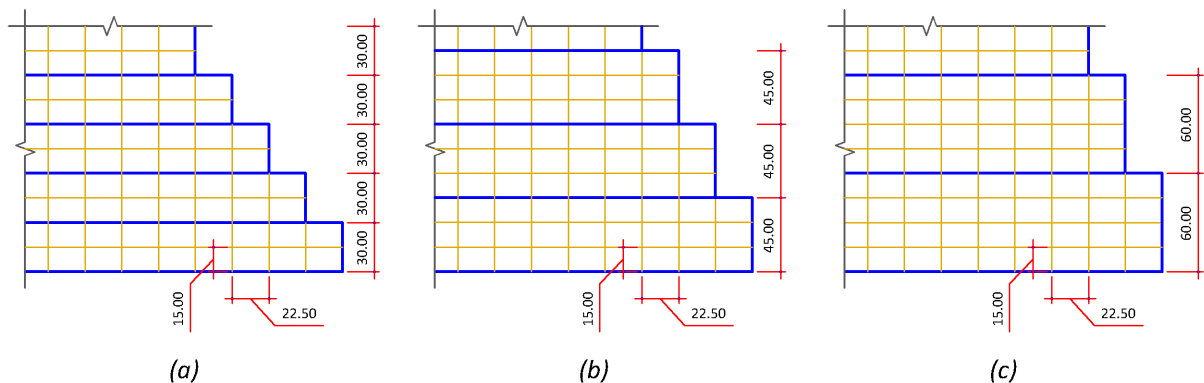


FIGURA 5.3 - NÚMERO DE ELEMENTOS NA VERTICAL PARA CAMADAS DE 30 CM (A), 45 CM(B) E 60 CM (C)

Importante é observar que a variação da espessura das camadas, mantendo-se uma mesma defasagem entre elas, provoca uma distorção na geometria padrão definida por camadas de 30 cm. Esta diferença está presente no trabalho de Kavamura (2005), sendo necessário o cuidado na extração dos dados nos pontos C1, C2 e C3 de modo a se manter uma mesma distância da face de jusante (2.025 m). Dessa forma, as coordenadas destes pontos nos modelos com camadas de 45 e 60 cm ficaram sendo:

TABELA 5.6 - POSIÇÃO DOS PONTOS C1, C2 E C3 PARA GEOMETRIA COM CAMADAS DE 45 E 60 CM DE ESPESSURA

	45 cm		60 cm	
	x	y	x	y
C1	42,975	4,50	43,538	4,50
C2	40,275	9,90	41,513	9,90
C3	37,425	15,60	39,375	15,60

No caso das análises K2, S2 e todas as análises F, onde é considerada a variação do módulo de elasticidade do CCR, foi adotada a mesma expressão utilizada por Kavamura (2005), com os coeficientes $A = 2.12$ e $B = 0.162$ compondo a expressão abaixo:

$$E(t_{dias}) = \frac{t_{dias}}{2.12 \times 10^{-3} + t_{dias} \cdot 0.162 \times 10^{-3}} 10^6 \text{ Pa} \quad (5.1)$$

Resumidamente, o contraste da variação dos seguintes parâmetros é representado nos gráficos de resultados:

- Bloco Único x Análise em Camadas;
- Variação da altura das camadas;
- Variação do intervalo de tempo entre lançamentos de camadas;
- Análise estrutural linear incremental x não-incremental;
- Análise estrutural linear incremental com módulo de elasticidade variável x módulo de elasticidade constante;

5.2 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

5.2.1 Temperaturas - Bloco Único x Análise em Camadas

Nas FIGURAS 5.4, 5.5 e 5.6, são contrastados os resultados de temperatura entre a análise em bloco único (W1), com a análise em camadas (W2) que representa o cronograma de lançamento feito em obra com variação das propriedades do material e condições ambientais.

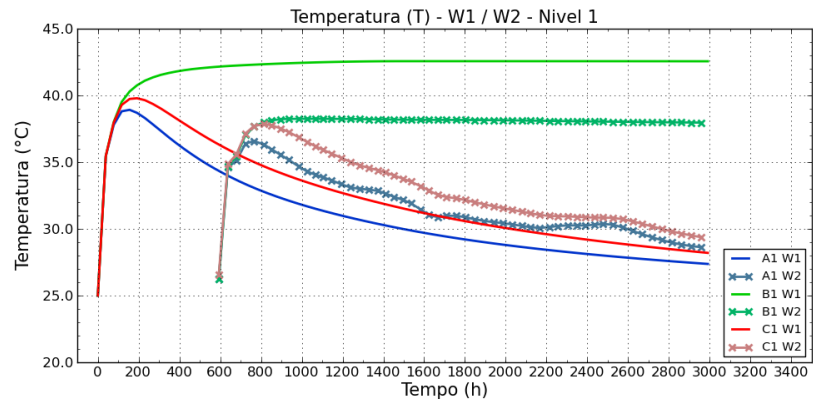


FIGURA 5.4 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS NO CRONOGRAMA DE OBRA W2 – NÍVEL 1

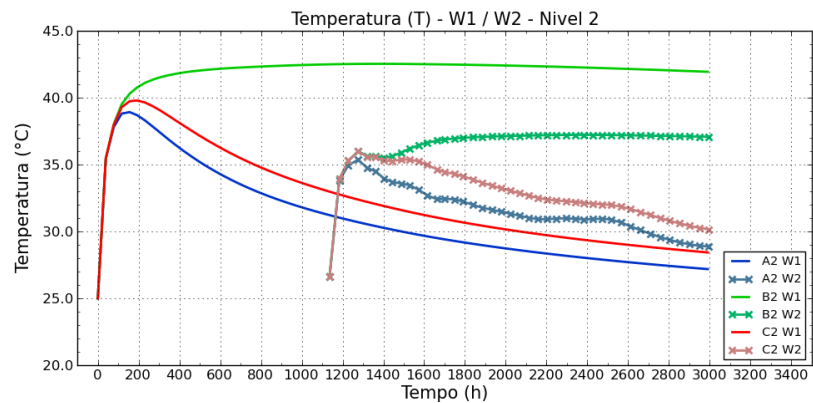


FIGURA 5.5 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS NO CRONOGRAMA DE OBRA W2 – NÍVEL 2

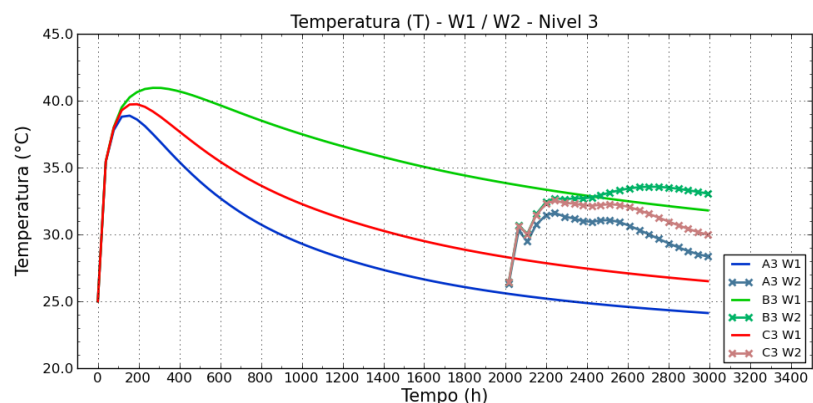


FIGURA 5.6 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS NO CRONOGRAMA DE OBRA W2 – NÍVEL 3

Nas FIGURAS 5.7, 5.8 e 5.9 a mesma análise de bloco único (W1) é contrastada com uma outra análise em camadas (W3) que considera lançamentos a

cada 12 horas e toma como constantes as propriedades materiais e as condições ambientais.

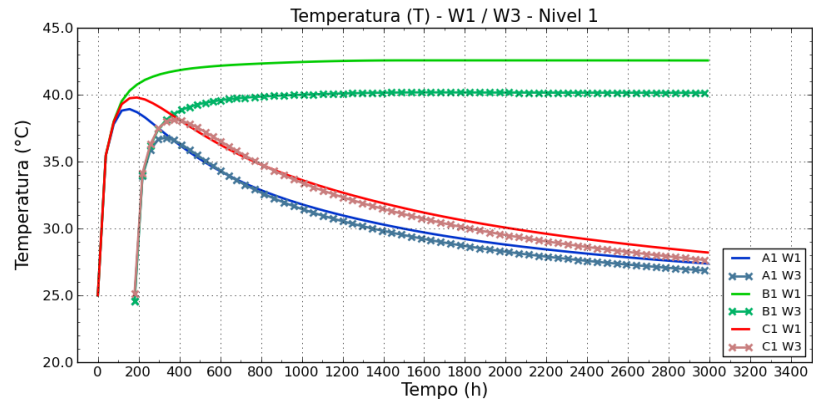


FIGURA 5.7 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 – NÍVEL 1

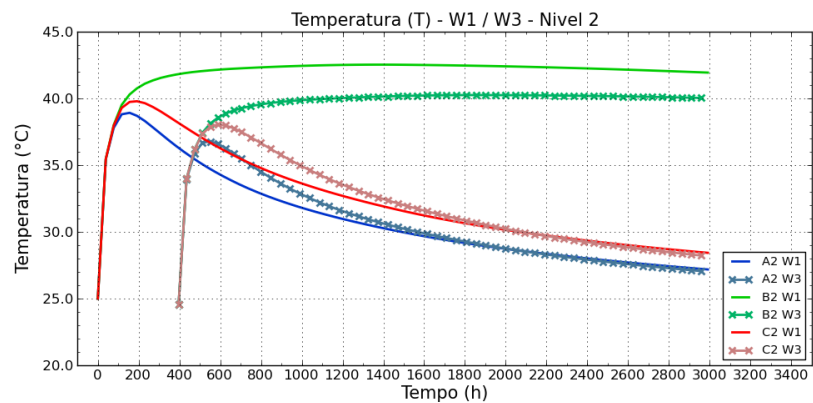


FIGURA 5.8 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 – NÍVEL 2

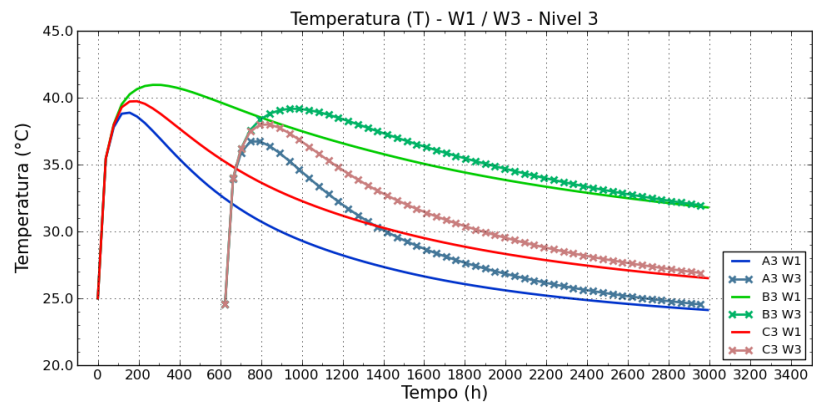


FIGURA 5.9 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 – NÍVEL 3

Analisando-se as FIGURAS 5.4 até 5.9, percebe-se que no campo de temperaturas a consideração do lançamento de camadas leva a resultados máximos inferiores aos resultados máximos calculados com a consideração do lançamento de um bloco único. Observando-se especificamente as FIGURAS de 5.7 a 5.9, é possível comprovar que para pontos no interior do maciço, na análise em camadas (W3), exemplificados pelos pontos B1, B2 e B3, além da temperatura máxima atingida ser inferior, a sequência das temperaturas após o pico atingido continua mantendo-se abaixo das calculadas pelo modelo em bloco único (W1).

Para os pontos próximos às faces de montante (pontos A) e os pontos próximos a face de jusante (pontos C), o pico de temperatura atingida no modelos em camadas (W3) também é inferior, porém, com o passar do tempo, as temperaturas destes pontos acabam se igualando entre os dois modelos (W1 e W3).

5.2.2 Temperaturas – Altura das Camadas

Nas FIGURAS 5.10, 5.11 e 5.12, são mostrados os resultados do campo de temperaturas das análises W3 – lançamento de camadas de 30 cm, e W6 – lançamento de camadas de 45 cm, sendo que em ambas cada lançamento é feito mediante um intervalo de tempo de 12 horas.

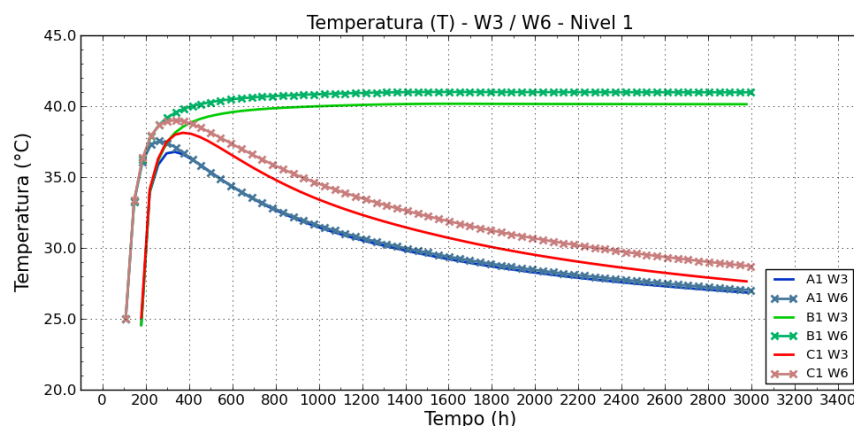


FIGURA 5.10 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 45 CM A CADA 12 HORAS W6 – NÍVEL 1

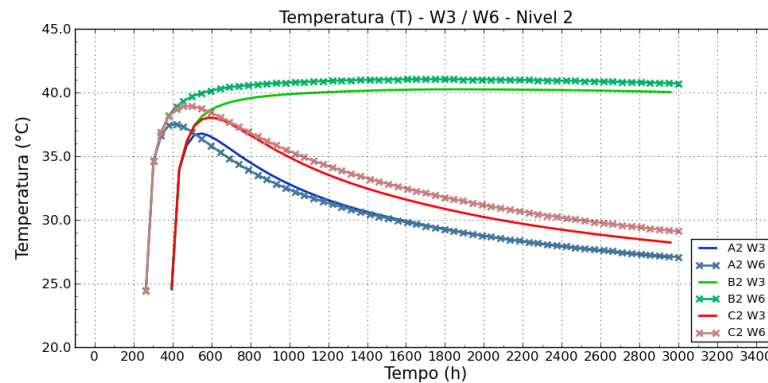


FIGURA 5.11 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 45 CM A CADA 12 HORAS W6 – NÍVEL 2

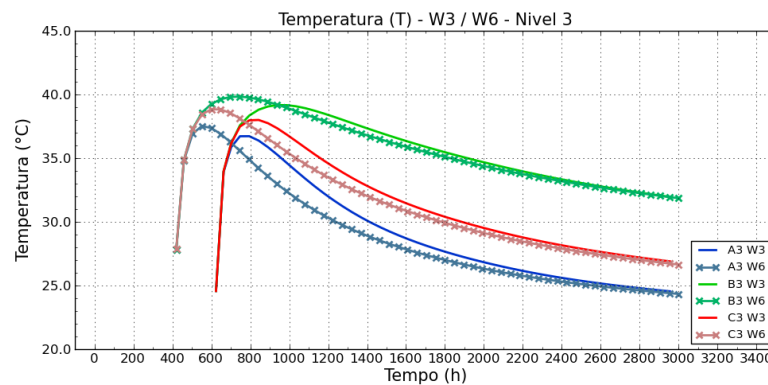


FIGURA 5.12 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 45 CM A CADA 12 HORAS W6 – NÍVEL 3

Nas FIGURAS 5.13, 5.14 e 5.15, são mostrados os resultados do campo de temperaturas das análises W3 – lançamento de camadas de 30 cm, e W7 – lançamento de camadas de 60 cm, sendo que em ambas cada lançamento é feito mediante um intervalo de tempo de 12 horas.

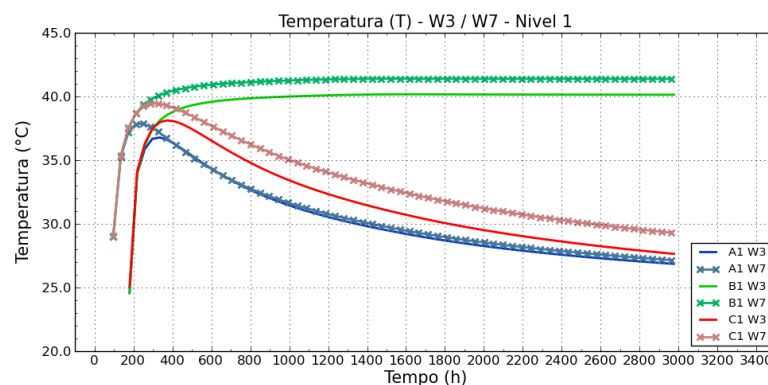


FIGURA 5.13 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 60 CM A CADA 12 HORAS W7 – NÍVEL 1

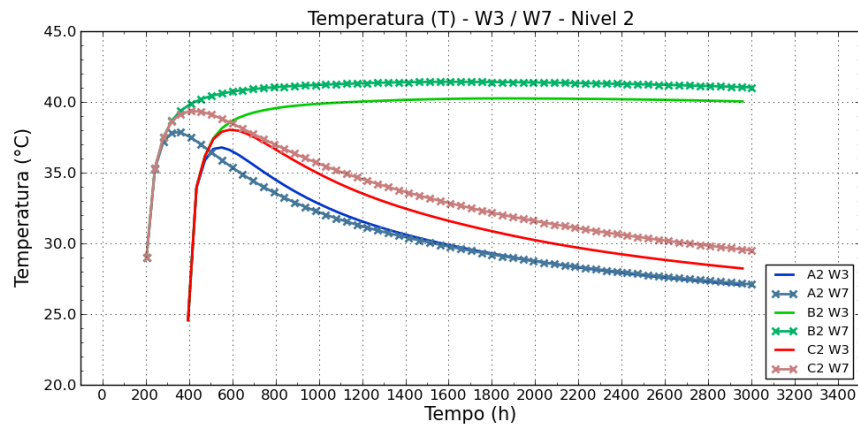


FIGURA 5.14 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 60 CM A CADA 12 HORAS W7 – NÍVEL 2

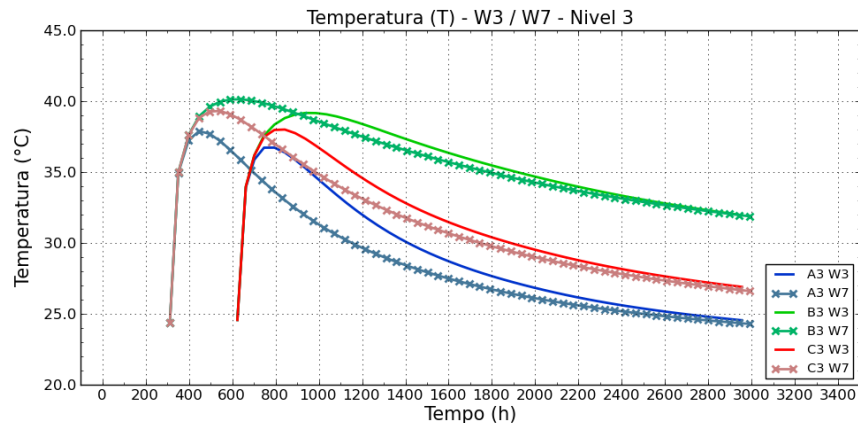


FIGURA 5.15 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 60 CM A CADA 12 HORAS W7 – NÍVEL 3

Pela observação das FIGURAS 5.10 a 5.15, é possível notar que a variação da altura das camadas pouco influencia o campo de temperaturas. Entretanto, apesar da pouca influência, é possível perceber que quanto maior for a espessura de camada, maiores as temperaturas atingidas nos pontos mais próximos da base do bloco da barragem.

5.2.3 Temperaturas – Intervalo entre Lançamentos

Nas FIGURAS 5.16, 5.17 e 5.18 a análise W3, que considera o intervalo de tempo entre lançamento de camadas de 12 horas é contrastada com a análise W4 com intervalo de 24 horas entre deposições.

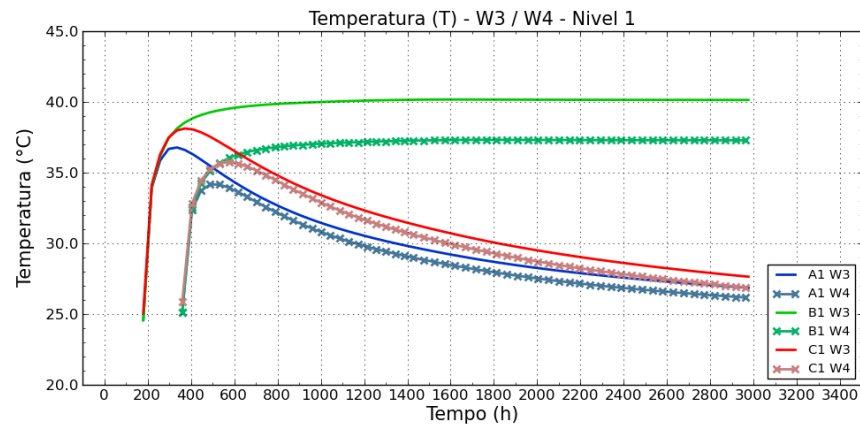


FIGURA 5.16 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 24 HORAS W4 – NÍVEL 1

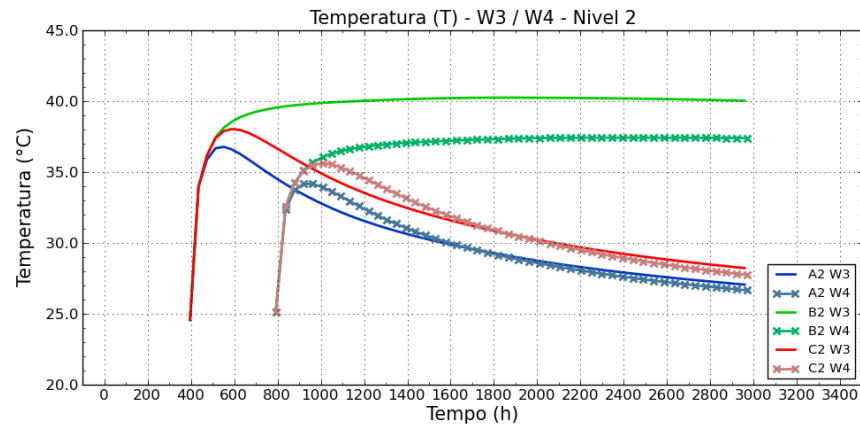


FIGURA 5.17 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 24 HORAS W4 – NÍVEL 2

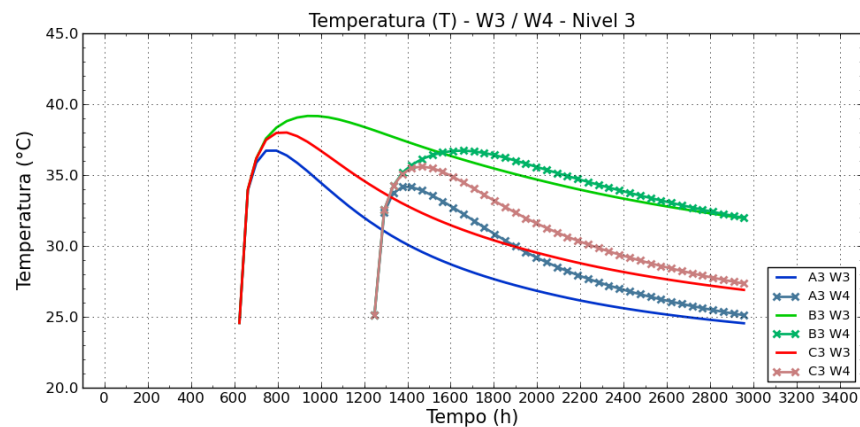


FIGURA 5.18 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 24 HORAS W4 – NÍVEL 3

Nas FIGURAS 5.19, 5.20 e 5.21 a análise W3, com intervalo de tempo entre

lançamento de camadas de 12 horas é contrastada com a análise W5 com intervalo de 48 horas entre deposições.

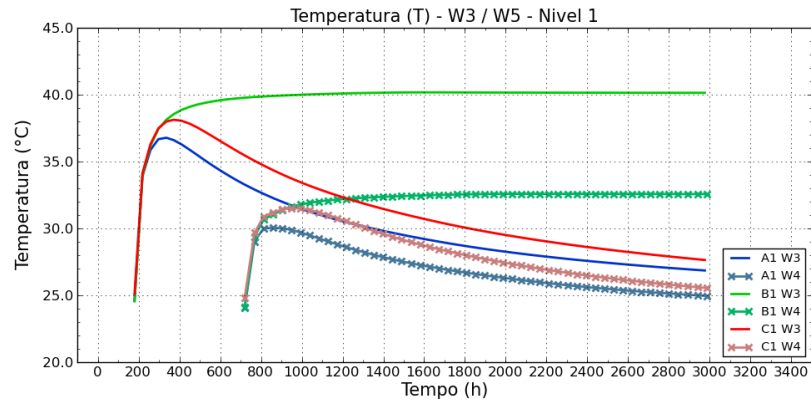


FIGURA 5.19 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 48 HORAS W5 – NÍVEL 1

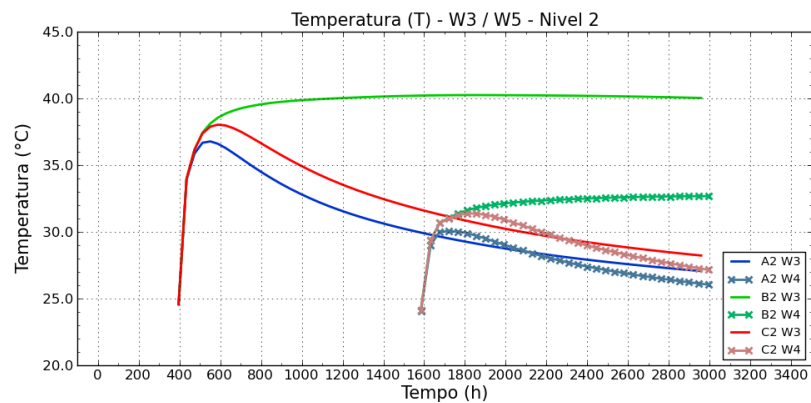


FIGURA 5.20 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 48 HORAS W5 – NÍVEL 2

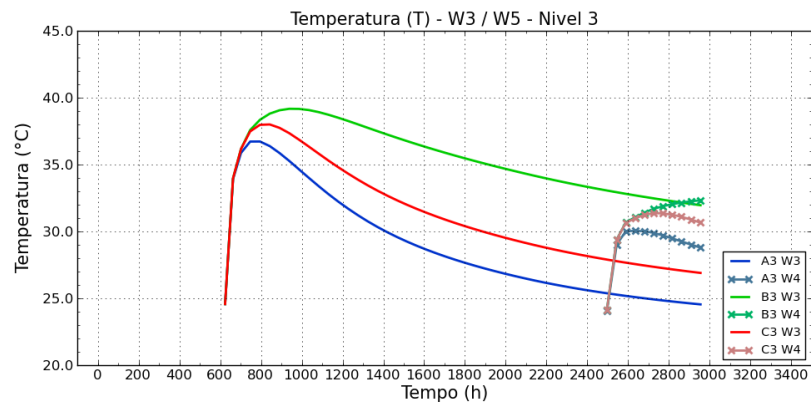


FIGURA 5.21 - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS: LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 48 HORAS W5 – NÍVEL 3

Nas FIGURAS 5.16 a 5.21, pela comparação entre os intervalos entre lançamentos de camadas de 12, 24 e 48 horas no efeito sobre o campo de temperaturas, nota-se que quão maior for o intervalo de tempo entre cada lançamento, menores serão as temperaturas geradas no interior do maciço. Isso fica patente na (FIGURA 5.20), onde uma diferença de quase 8 graus Celsius é notada entre os resultados do ponto B2.

5.2.4 Tensões - Bloco Único x Análise em Camadas

Nas FIGURAS 5.22 e 5.23, a análise de bloco único (W1) é agora contrastada com a análise que simula as condições e o cronograma encontrado em obra (W2) e a análise que representa o lançamento de camadas com propriedades e condições ambientais constantes (W3) em seus resultados de tensão principal máxima (Smax) e tensão de confinamento (Sz).

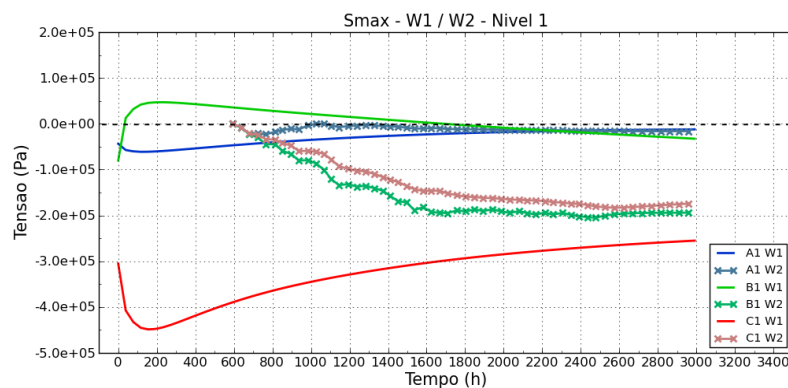


FIGURA 5.22 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS CONFORME CRONOGRAMA DE OBRA W2 – NÍVEL 1

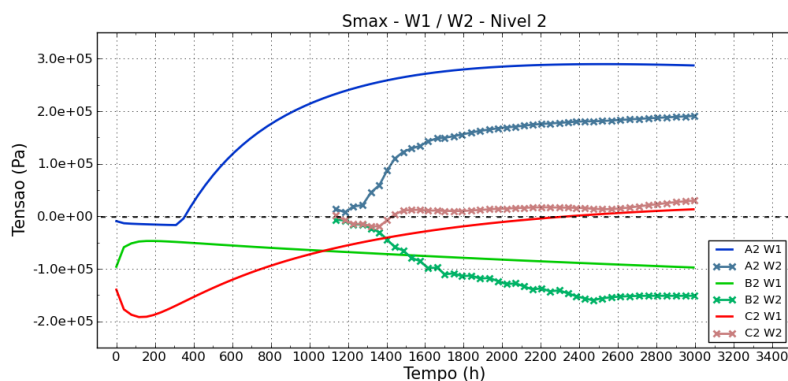


FIGURA 5.23 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS CONFORME CRONOGRAMA DE OBRA W2 – NÍVEL 2

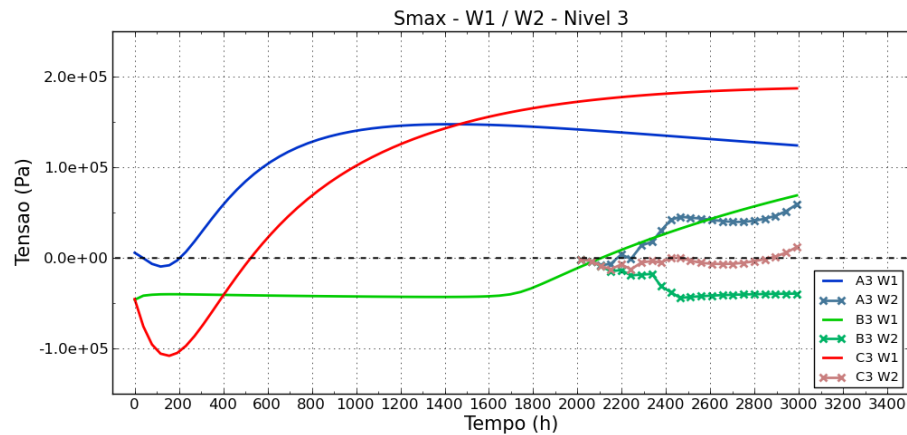


FIGURA 5.24 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (S_{MAX}): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS CONFORME CRONOGRAMA DE OBRA W2 – NÍVEL 3

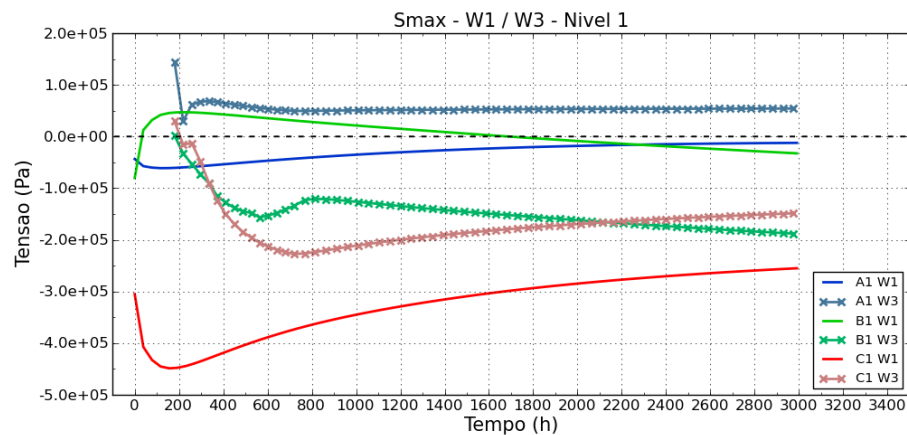


FIGURA 5.25 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (S_{MAX}): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 – NÍVEL 1

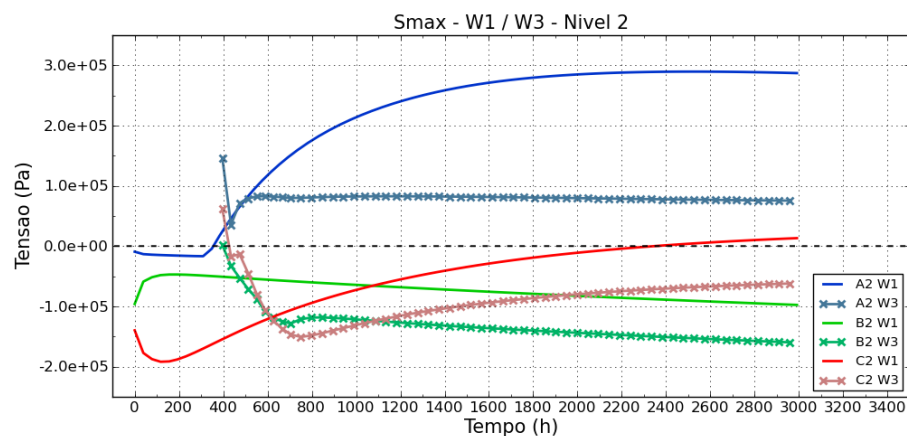


FIGURA 5.26 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (S_{MAX}): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 – NÍVEL 2

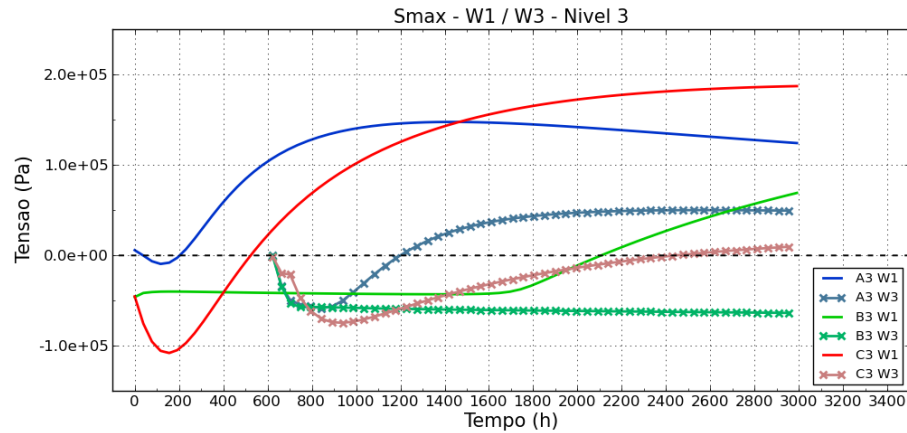


FIGURA 5.27 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (S_{MAX}): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 – NÍVEL 3

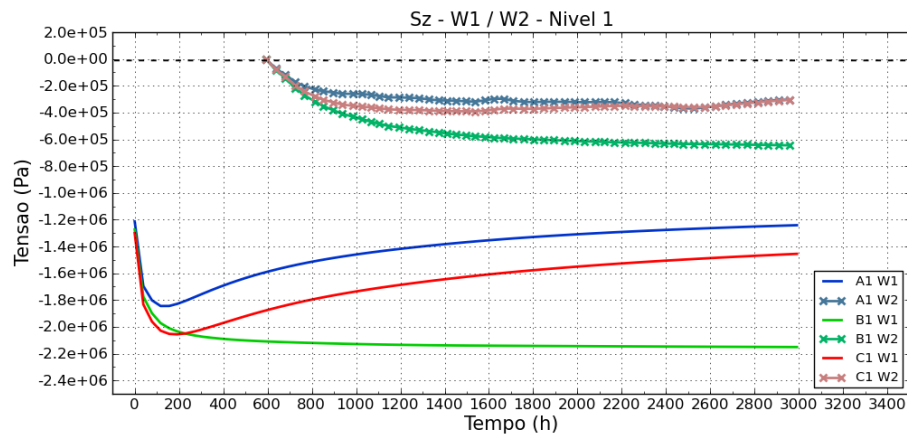


FIGURA 5.28 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (S_Z): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS CONFORME CRONOGRAMA DE OBRA W2 – NÍVEL 1

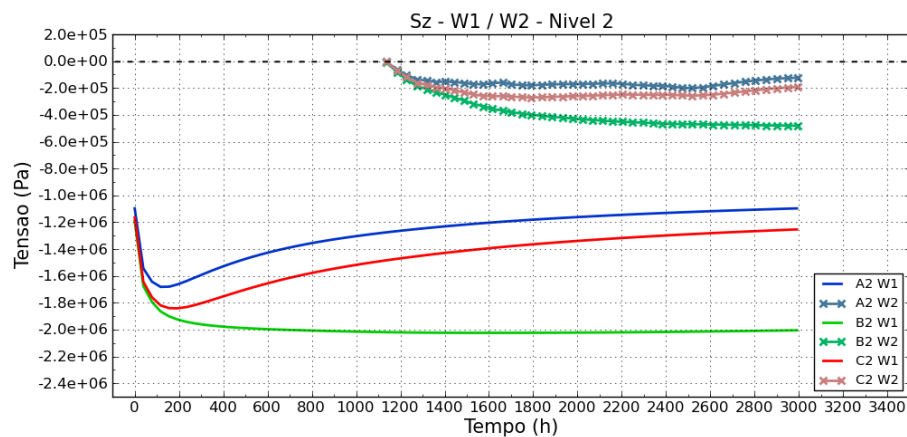


FIGURA 5.29 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (S_Z): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS CONFORME CRONOGRAMA DE OBRA W2 – NÍVEL 2

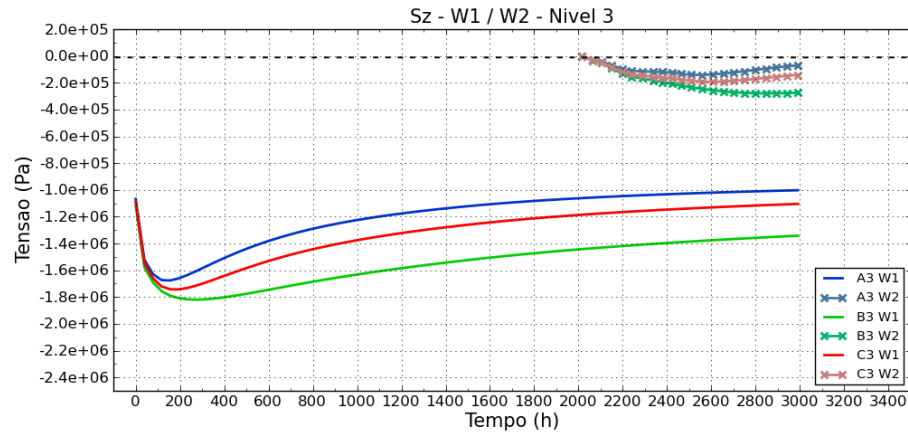


FIGURA 5.30 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO “Z” (SZ): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS CONFORME CRONOGRAMA DE OBRA W2 – NÍVEL 3

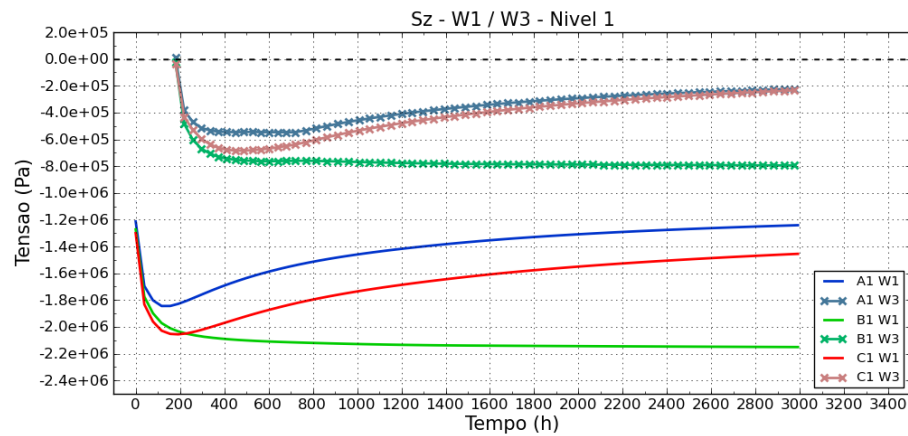


FIGURA 5.31 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO “Z” (SZ): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 – NÍVEL 1

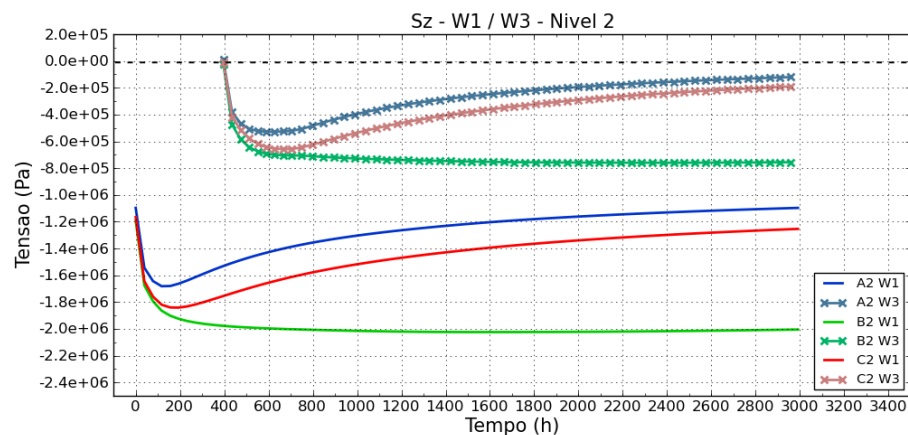


FIGURA 5.32 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO “Z” (SZ): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 – NÍVEL 2

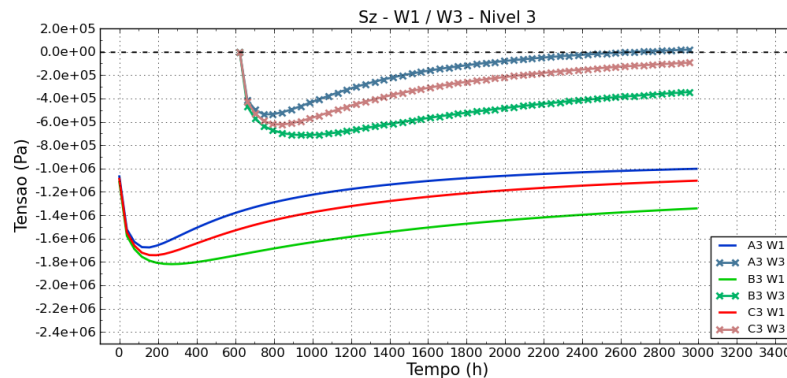


FIGURA 5.33 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO “Z” (SZ): LANÇAMENTO EM BLOCO ÚNICO W1 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 – NÍVEL 3

No que diz respeito as tensões principais máximas (S_{max}), é possível constatar nas FIGURAS 5.22 a 5.27 que no interior do maciço estas se apresentam sempre inferiores nos modelos em camadas (W2 e W3). Além disso, de maneira geral, é possível observar que para o modelo em bloco único (W1), os pontos mais próximos da base tendem a ser comprimidos, enquanto os pontos mais acima tendem a apresentar maiores efeitos de tração. Para os modelos em camadas (W2 e W3) esta tendência não se verifica, sendo que, em todos os níveis de onde os dados foram retirados, os resultados apresentam-se bem próximos não havendo preponderância de tração nos pontos em níveis mais acima.

Nos resultados da tensão normal ao eixo z (S_z) nas FIGURAS 5.28 a 5.33, a comparação entre os dois modelos em camadas (W2 e W3), e o modelo em bloco único (W1), confirma que a desconsideração do efeito de sobreposição de camadas superestima o cálculo dos esforços. Em todos gráficos desta FIGURA é possível ver que o modelo em bloco único apresenta esforços de compressão em confinamento muito superiores aos calculados nos modelos em camadas. Isto se comprova com por exemplo, a diferença de 80KPa para 2MPa na tensão final do ponto B2 na (FIGURA 5.32).

5.2.5 Tensões – Altura das Camadas

Nas FIGURAS 5.34 a 5.45, a análise em camadas de 30 cm (W3) é contrastada com a análise em camadas de 45 cm (W6) e a análise em camadas de

60 cm (W7) em seus resultados de tensão principal máxima (Smax) e tensão orientada ao longo do eixo z (Sz). Em todas as análises foram mantidas as propriedades do material e as condições ambientais como constantes e de igual valor em todas.

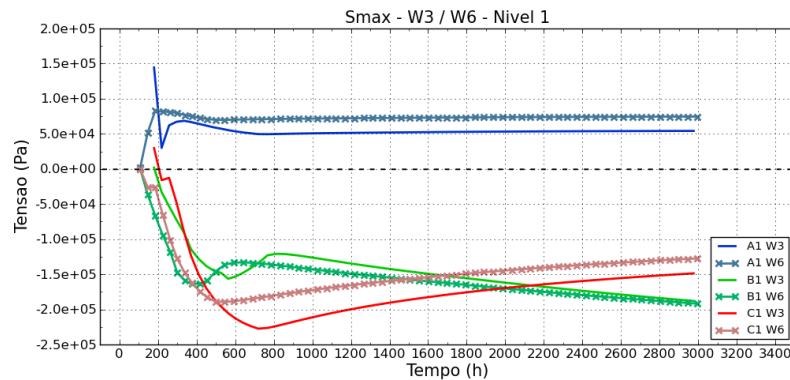


FIGURA 5.34 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 45 CM A CADA 12 HORAS W6 – NÍVEL 1

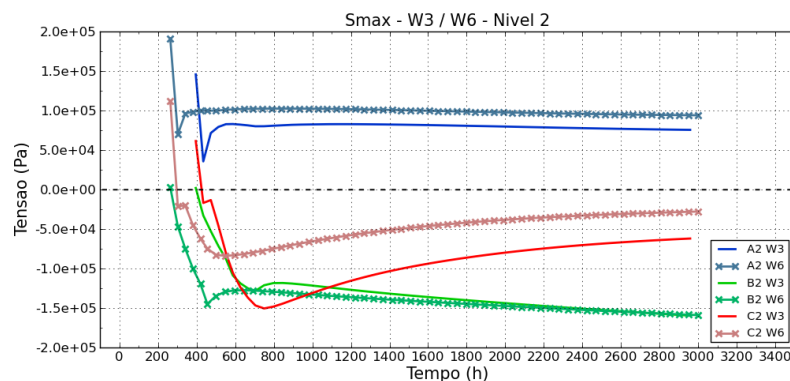


FIGURA 5.35 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 45 CM A CADA 12 HORAS W6 – NÍVEL 2

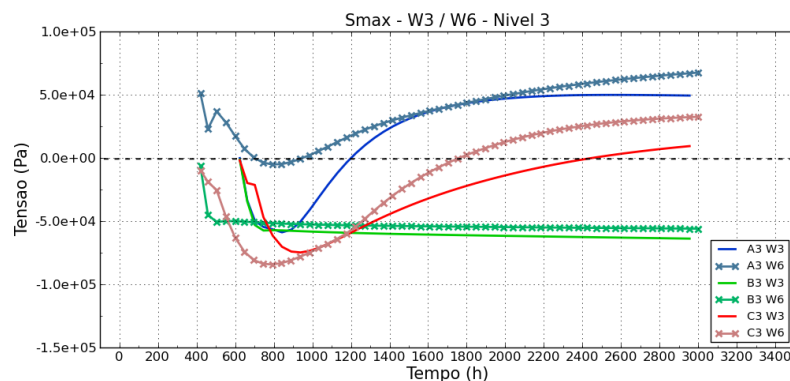


FIGURA 5.36 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 45 CM A CADA 12 HORAS W6 – NÍVEL 3

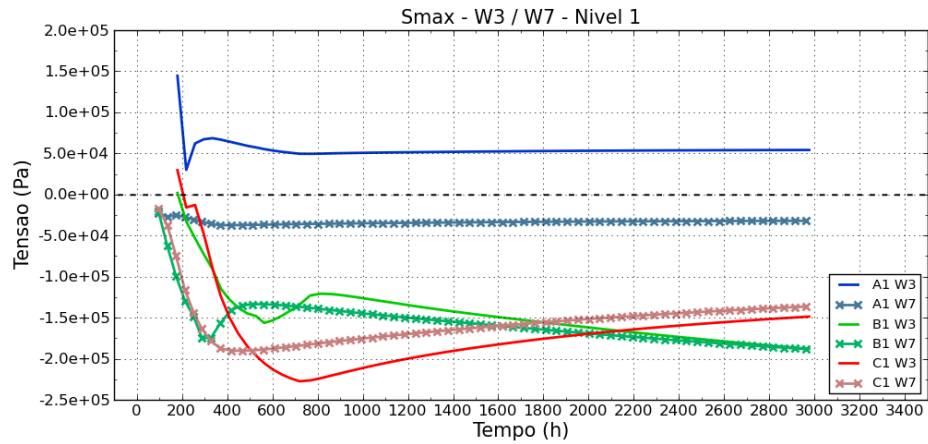


FIGURA 5.37 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 60 CM A CADA 12 HORAS W7 – NÍVEL 1

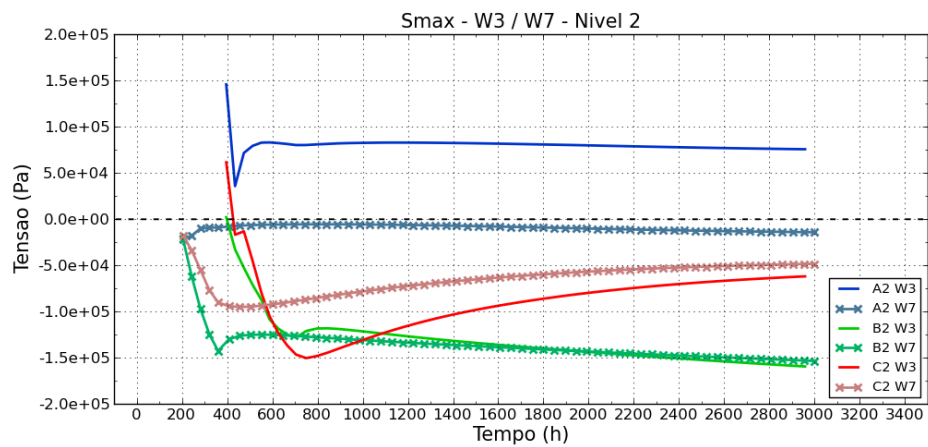


FIGURA 5.38 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 60 CM A CADA 12 HORAS W7 – NÍVEL 2

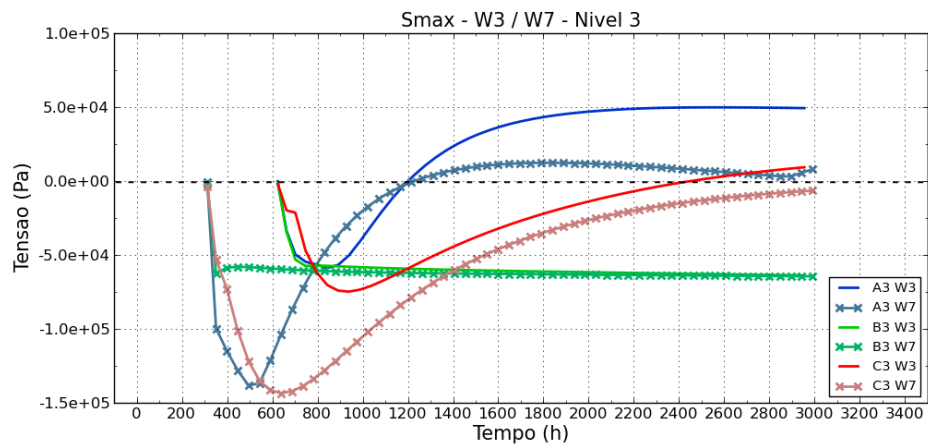


FIGURA 5.39 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 60 CM A CADA 12 HORAS W7 – NÍVEL 3

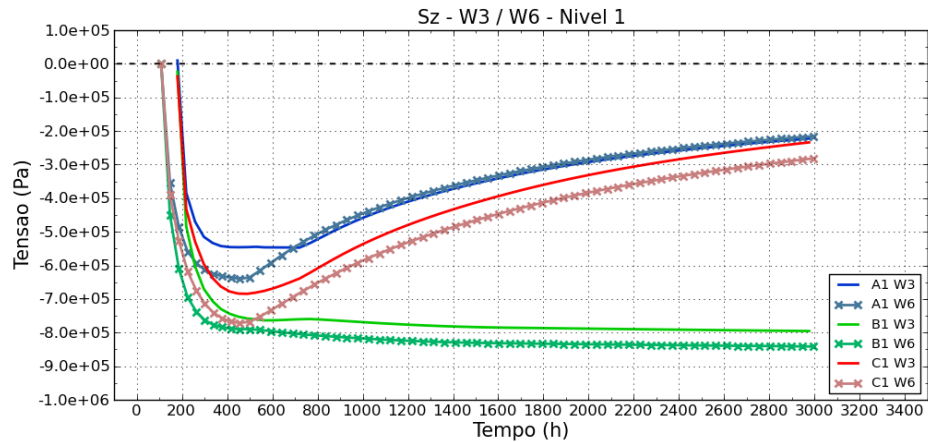


FIGURA 5.40 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 45 CM A CADA 12 HORAS W6 – NÍVEL 1

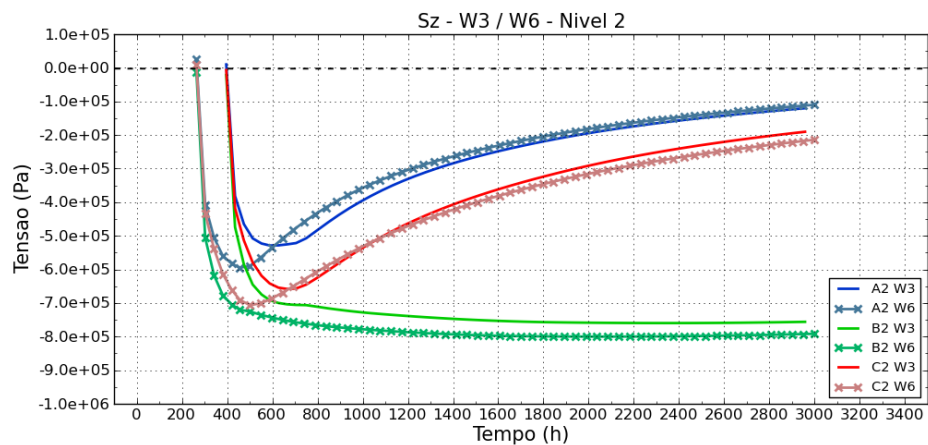


FIGURA 5.41 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 45 CM A CADA 12 HORAS W6 – NÍVEL 2

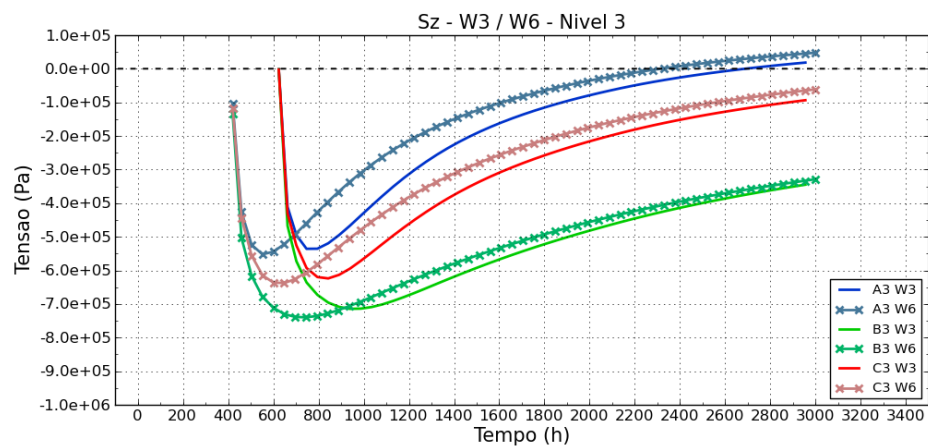


FIGURA 5.42 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 45 CM A CADA 12 HORAS W6 – NÍVEL 3

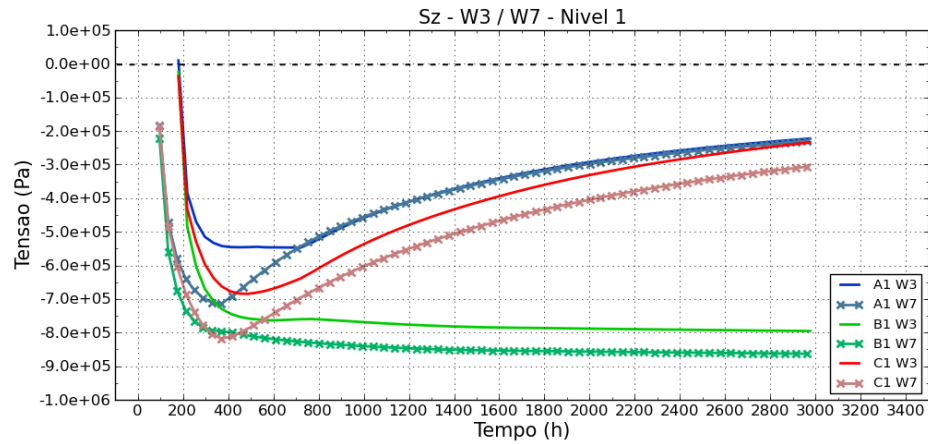


FIGURA 5.43 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 60 CM A CADA 12 HORAS W7 – NÍVEL 1

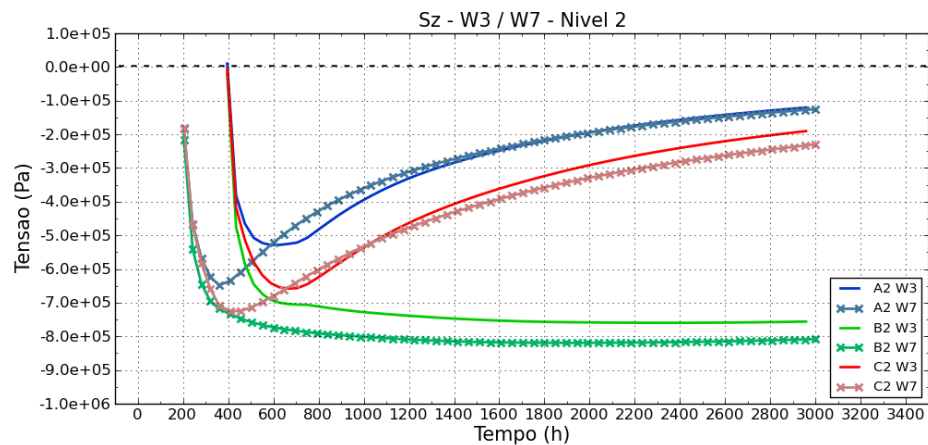


FIGURA 5.44 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 60 CM A CADA 12 HORAS W7 – NÍVEL 2

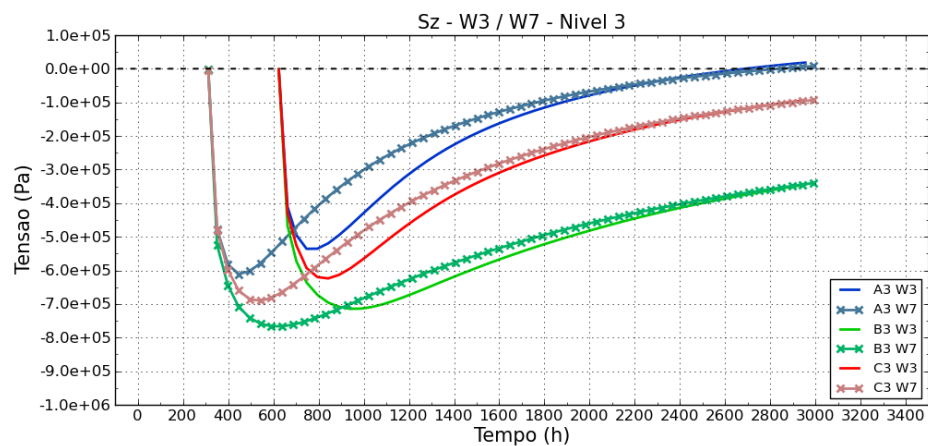


FIGURA 5.45 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 60 CM A CADA 12 HORAS W7 – NÍVEL 3

Nas FIGURAS 5.34 a 5.39 os resultados de tensão principal máxima para camadas de 45 cm (W6) apresentam-se muito parecidos com os resultados de camadas de 30 cm (W3). Por sua vez, os resultados para camadas de 60 cm (W7) apresentam uma significativa redução dos esforços de tração, predominando os efeitos de compressão.

Nas FIGURAS 5.40 a 5.45, pela análise do efeito da altura das camadas sobre a tensão paralela ao eixo z (S_z), comprova-se mais uma vez a pouca influência destes nos resultados. Apesar desta pouca influência, nota-se que quanto mais próximo da base, os pontos referentes às faces de montante e jusante (pontos A e C) apresentam valores de compressão maiores, mesmo que em pequena taxa, conforme mais espessa for a camada.

5.2.6 Tensões – Intervalo entre Lançamentos

Nas FIGURAS 5.46 e 5.57, os resultados de tensão principal máxima (S_{max}) e tensão de confinamento (S_z) das análises W3, W4 e W5 são plotados em contraste. Todas as análises consideram as propriedades do material e as condições ambientais como constantes, assim como também uma mesma espessura de camada de 30 cm. A variante entre elas está no intervalo de tempo entre lançamentos de camadas que são, respectivamente, 12, 24 e 48 horas.

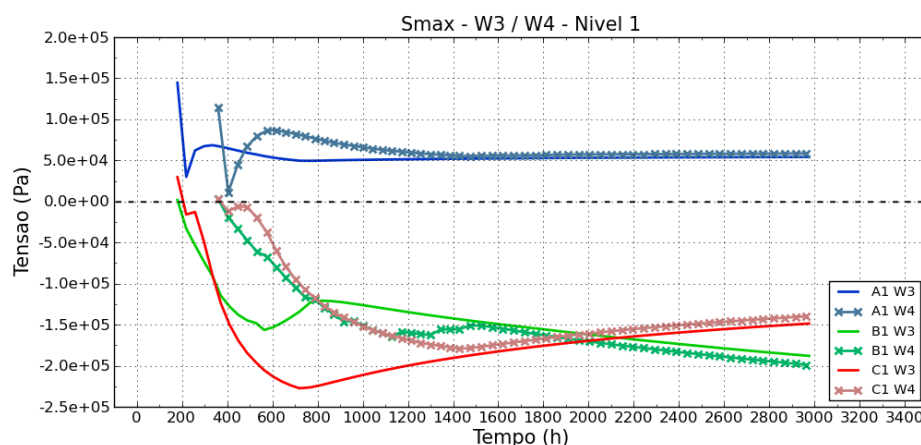


FIGURA 5.46 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (S_{MAX}): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 24 HORAS W4 – NÍVEL 1

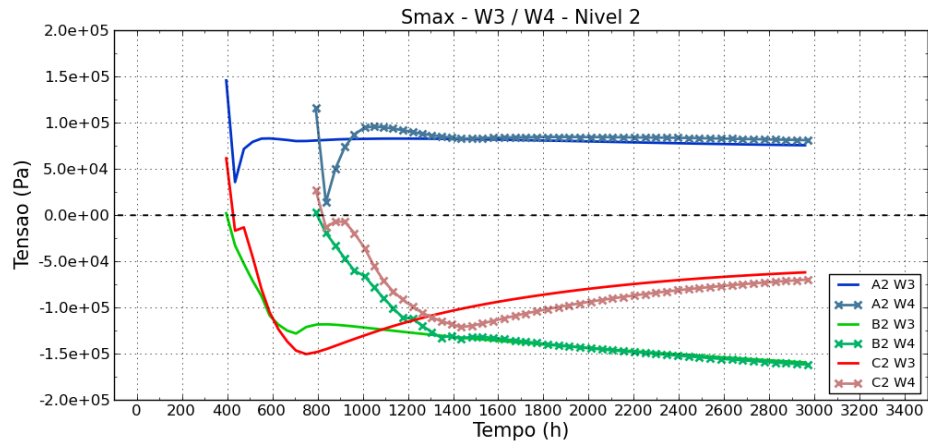


FIGURA 5.47 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 24 HORAS W4 – NÍVEL 2

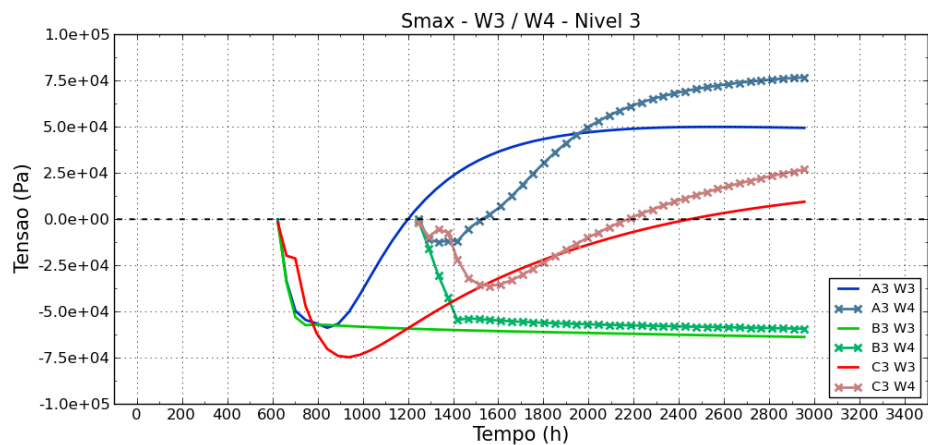


FIGURA 5.48 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 24 HORAS W4 – NÍVEL 3

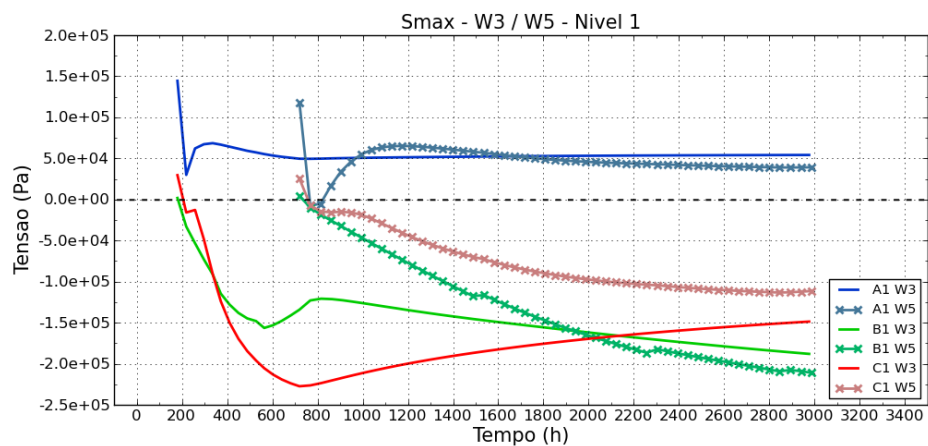


FIGURA 5.49 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 48 HORAS W5 – NÍVEL 1

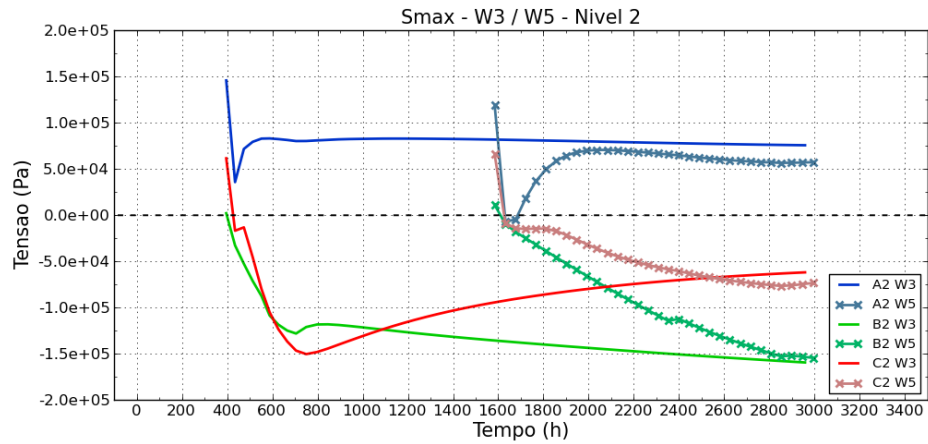


FIGURA 5.50 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 48 HORAS W5 – NÍVEL 2

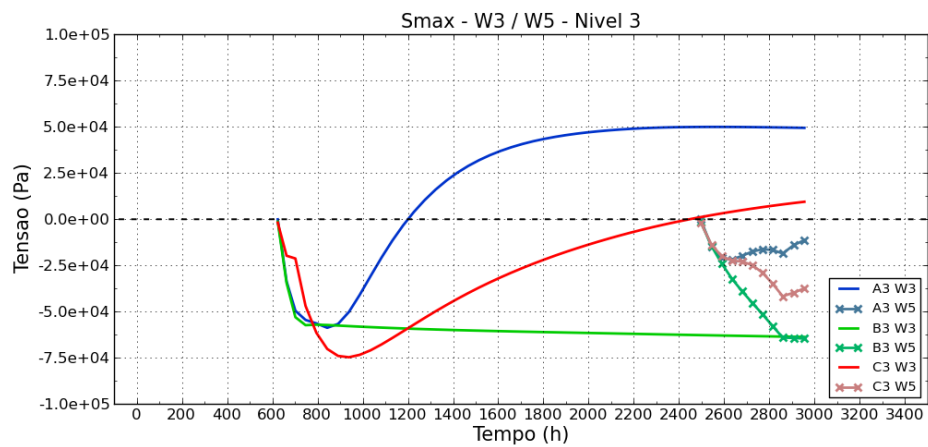


FIGURA 5.51 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 48 HORAS W5 – NÍVEL 3

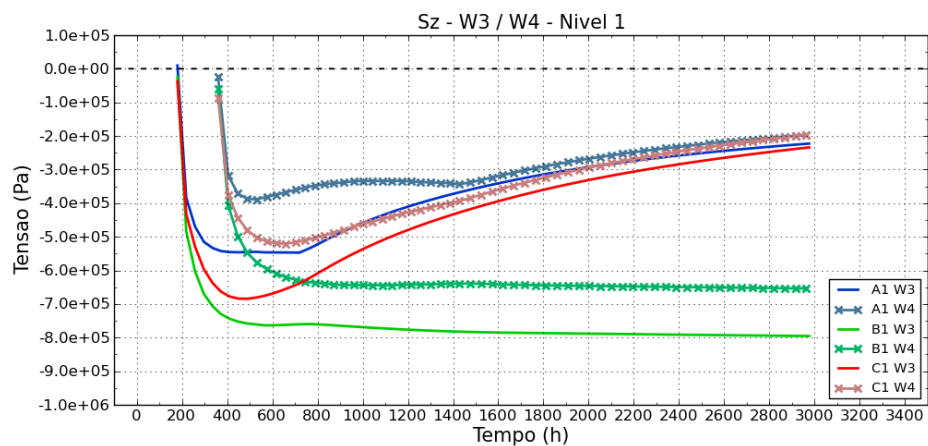


FIGURA 5.52 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 24 HORAS W4 – NÍVEL 1

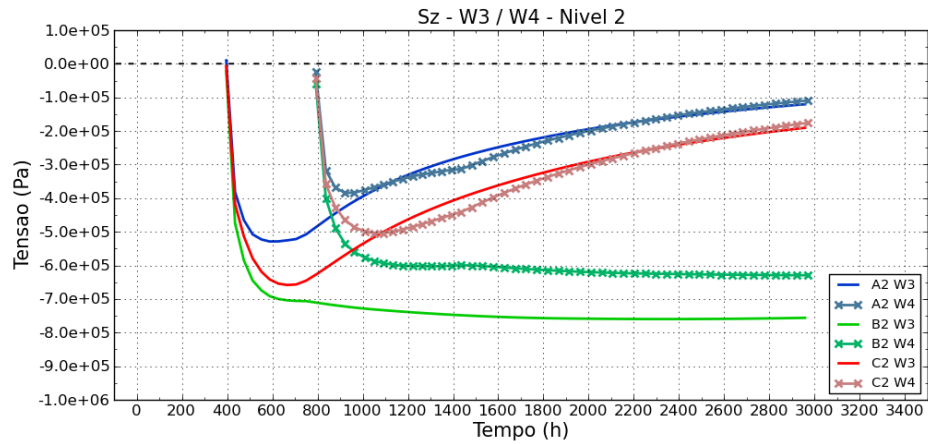


FIGURA 5.53 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 24 HORAS W4 – NÍVEL 2

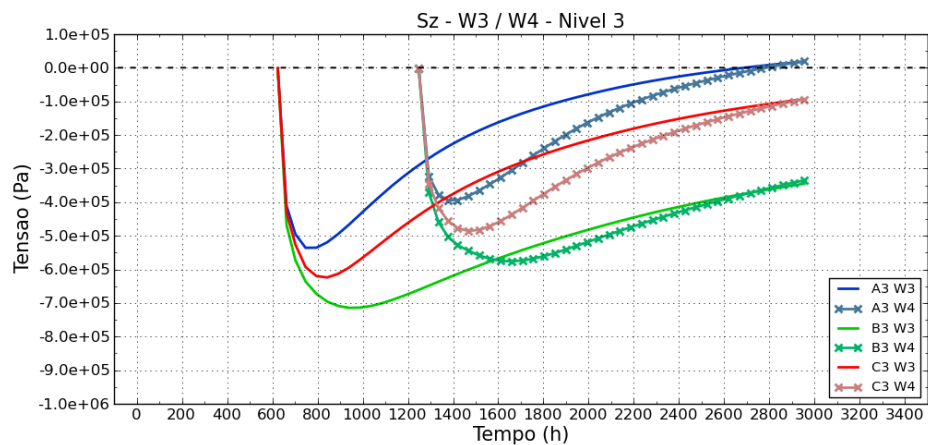


FIGURA 5.54 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 24 HORAS W4 – NÍVEL 3

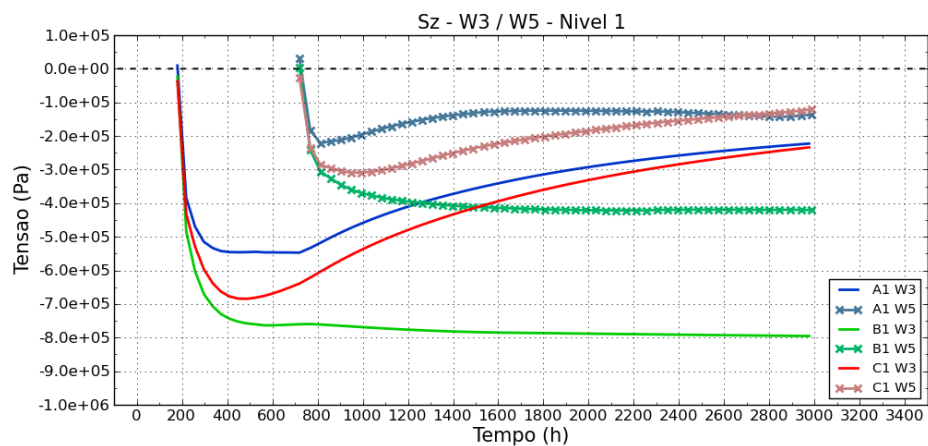


FIGURA 5.55 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 48 HORAS W5 – NÍVEL 1

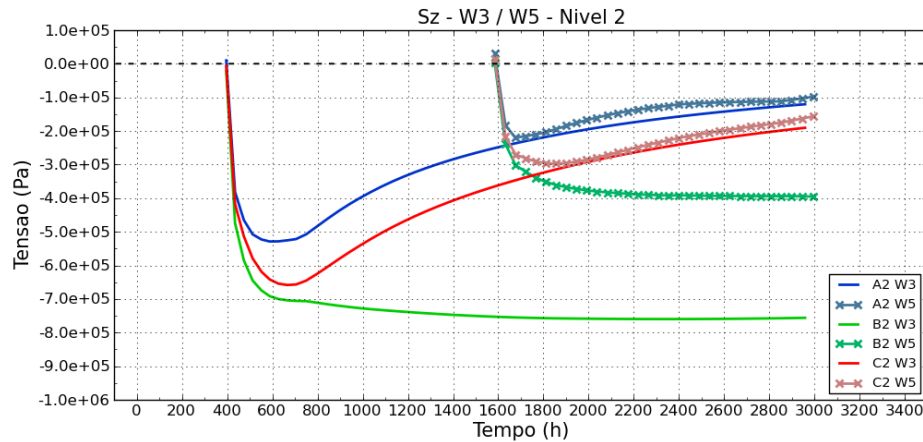


FIGURA 5.56 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 48 HORAS W5 – NÍVEL 2

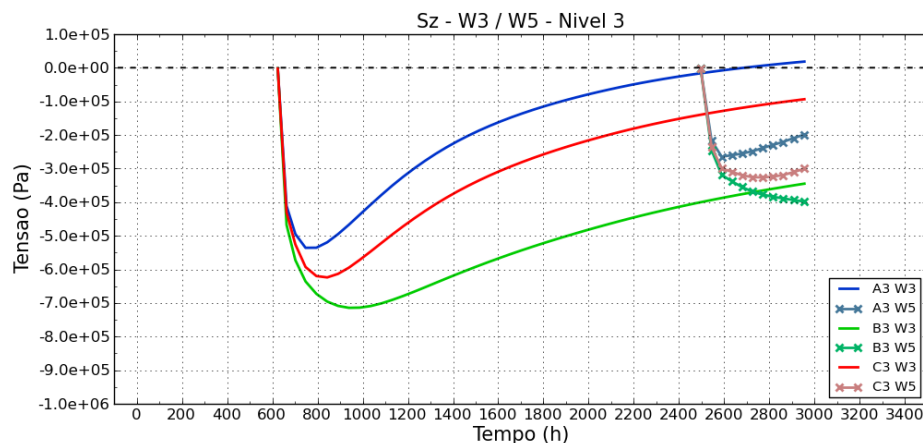


FIGURA 5.57 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS W3 X LANÇAMENTO EM CAMADAS DE 30 CM A CADA 48 HORAS W5 – NÍVEL 3

Nas FIGURAS 5.46 a 5.51, onde são plotados os resultados de tensão principal máxima conforme a variação do intervalo de lançamento entre camadas, nota-se somente um atraso em se atingir as mesmas tensões conforme o lançamento de camada é retardado. Os valores de tensão finais atingidos em todos os pontos são praticamente os mesmos. Entretanto, este atraso pode ser favorável, no sentido de que para a variação do módulo de elasticidade ele possa representar tempo suficiente para o ganho de resistência do material e maior capacidade de suporte destas tensões, implicando em uma redução no número de pontos em que a falha ocorre.

Pela análise das FIGURAS 5.52 a 5.57, constata-se que para maiores intervalos de tempo entre lançamentos menores tensões ao longo do eixo z são

atingidas, sendo este efeito mais pronunciado quanto mais próximo da base o ponto estiver.

5.2.7 Tensões – Incremental (E cte. x E var.) x Não-Incremental

No intuito de comparar os efeitos da variação do módulo de elasticidade com o tempo, e de contrastar os resultados do processo linear incremental com o processo linear não-incremental de análise estrutural, as análises W3 a W7 foram contrastadas com as análises F3 a F7 e K3 a K7.

Dessa forma, tríades de análises (W3/K3/F3 ,W4/K4/F4 e etc) foram contrastadas e constatou-se que, de maneira geral, os resultados obtidos na comparação W3/F3/K3 acabaram praticamente se repetindo nas demais comparações. Consequentemente, por simplificação na exposição dos resultados, são demonstrados aqui somente os resultados desta primeira tríade como representativos das demais.

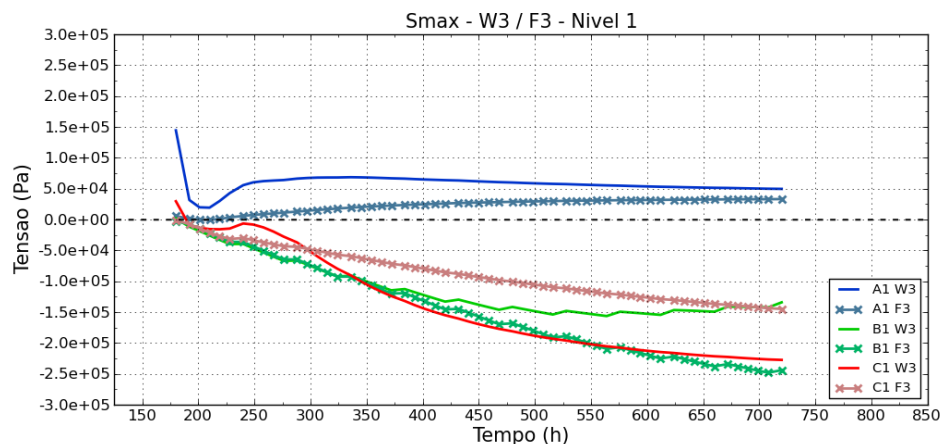


FIGURA 5.58 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): MÓDULO DE ELASTICIDADE CONSTANTE W3 X MÓDULO DE ELASTICIDADE VARIÁVEL NO TEMPO F3 - LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 1

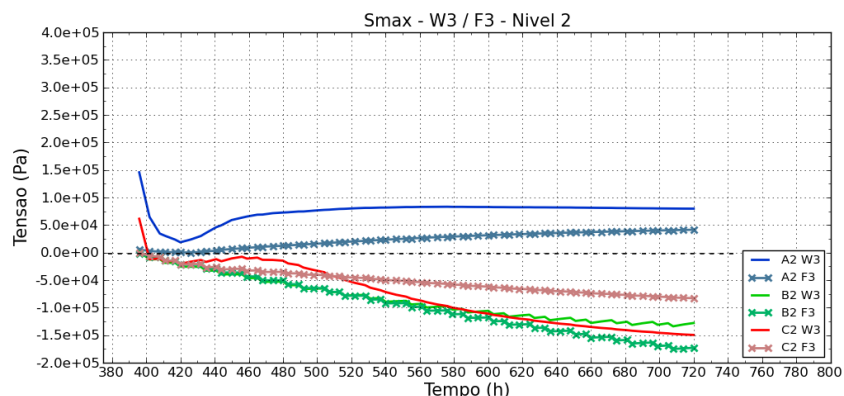


FIGURA 5.59 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): MÓDULO DE ELASTICIDADE CONSTANTE W3 X MÓDULO DE ELASTICIDADE VARIÁVEL NO TEMPO F3 - LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 2

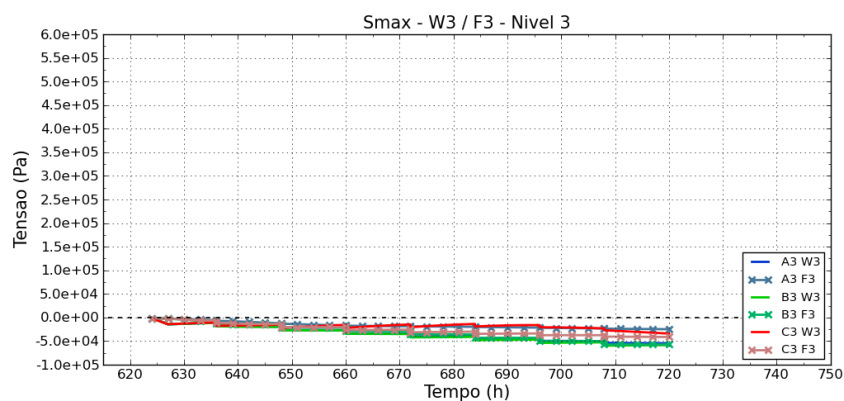


FIGURA 5.60 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): MÓDULO DE ELASTICIDADE CONSTANTE W3 X MÓDULO DE ELASTICIDADE VARIÁVEL NO TEMPO F3 - LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 3

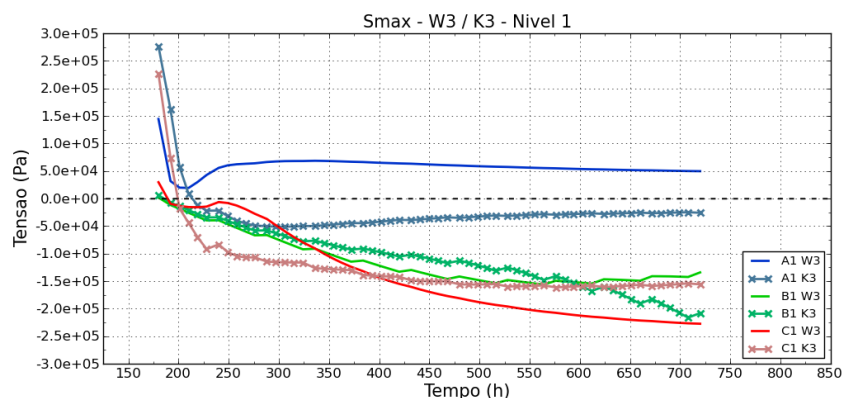


FIGURA 5.61 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): W3 X MÓDULO DE ELASTICIDADE CONSTANTE E ANÁLISE NÃO-INCREMENTAL K3 - LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 1

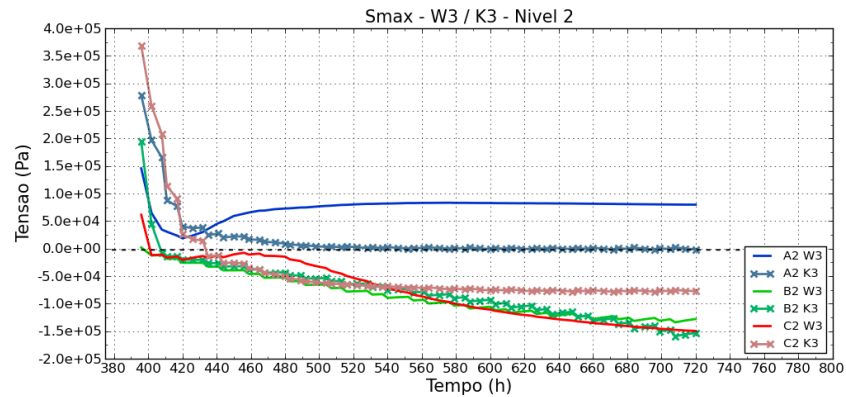


FIGURA 5.62 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): MÓDULO DE ELASTICIDADE CONSTANTE ANÁLISE INCREMENTAL W3 X MÓDULO DE ELASTICIDADE CONSTANTE E ANÁLISE NÃO-INCREMENTAL K3 - LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 2

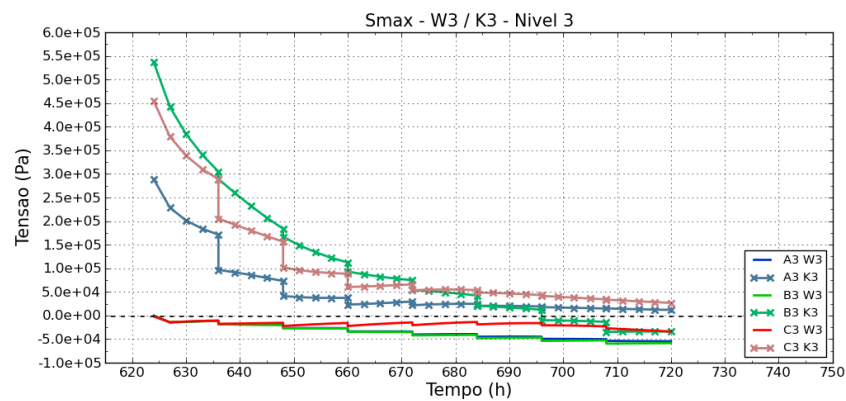


FIGURA 5.63 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX): W3 X K3 LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 3

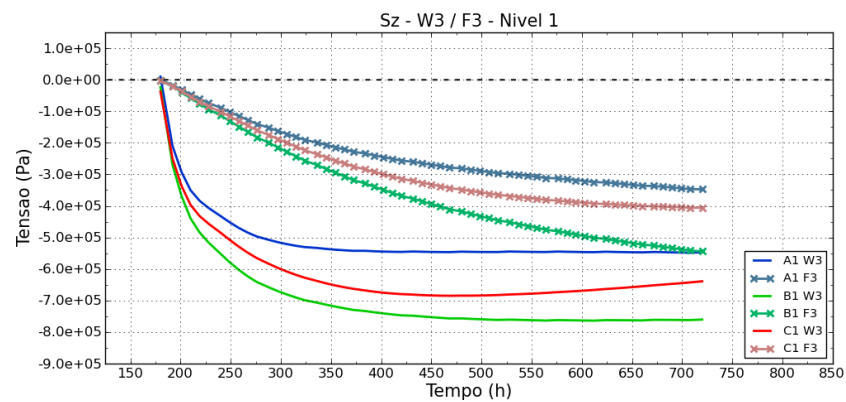


FIGURA 5.64 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): MÓDULO DE ELASTICIDADE CONSTANTE W3 X MÓDULO DE ELASTICIDADE VARIÁVEL NO TEMPO F3 - LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 1

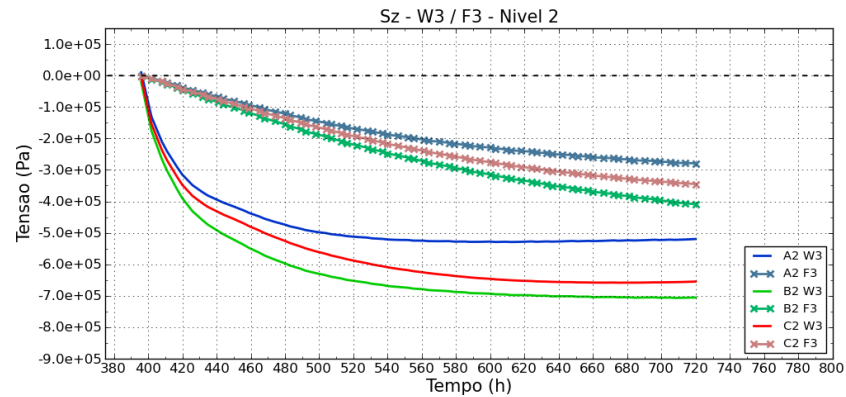


FIGURA 5.65 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): MÓDULO DE ELASTICIDADE CONSTANTE W3 X MÓDULO DE ELASTICIDADE VARIÁVEL NO TEMPO F3 - LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 2

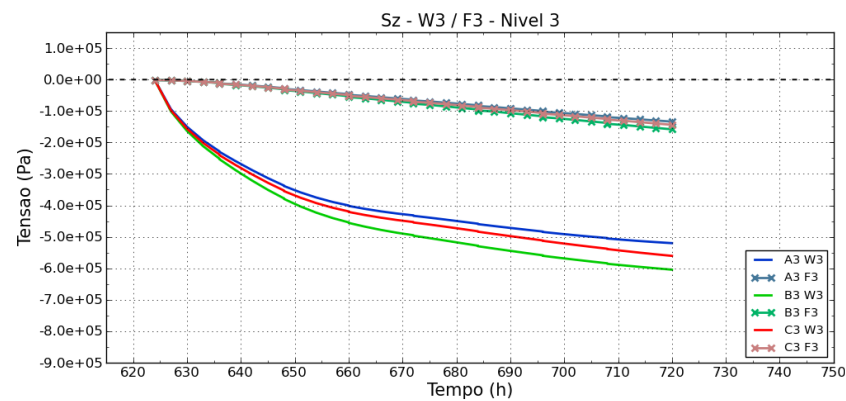


FIGURA 5.66 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): MÓDULO DE ELASTICIDADE CONSTANTE W3 X MÓDULO DE ELASTICIDADE VARIÁVEL NO TEMPO F3 - LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 3

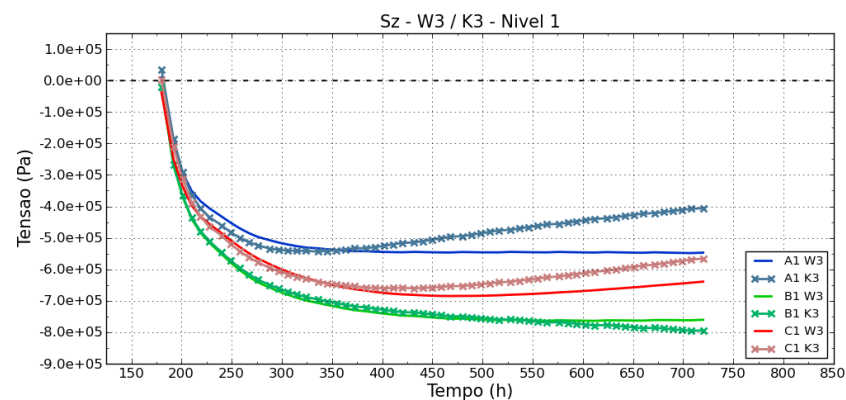


FIGURA 5.67 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): MÓDULO DE ELASTICIDADE CONSTANTE ANÁLISE INCREMENTAL W3 X MÓDULO DE ELASTICIDADE CONSTANTE E ANÁLISE NÃO-INCREMENTAL K3 - LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 1

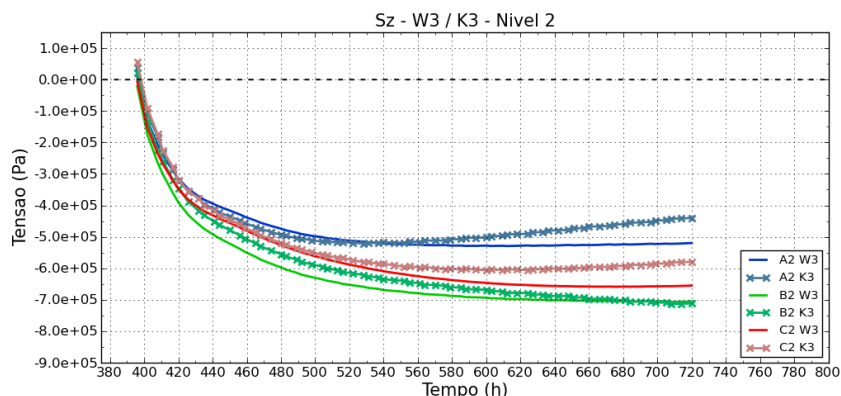


FIGURA 5.68 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): W3 X K3 - LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 2

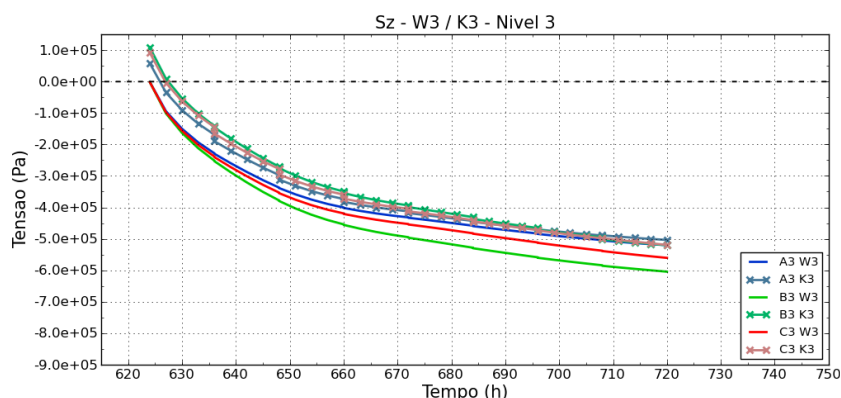


FIGURA 5.69 - TENSÃO AO LONGO DO EIXO "Z" (SZ): W3 X K3 - LANÇAMENTO DE CAMADAS DE 30 CM A CADA 12 HORAS – NÍVEL 3

As FIGURAS 5.58, 5.59 e 5.60 contrastam os resultados de tensão principal máxima das análises W3 e F3, sendo que em ambas foi simulado um processo de deposição de camadas com intervalos de 12 horas com a diferença de que a primeira considera um módulo de elasticidade constante (6,0 Mpa) e a segunda um módulo de elasticidade variável no tempo conforme a equação (5.1). Nestes gráficos é possível constatar que a variação do módulo de elasticidade no tempo leva a resultados de tensão com comportamento praticamente linearizado enquanto a consideração do módulo constante gera alguns saltos de tensão.

Nas FIGURAS 5.64, 5.65 e 5.66, a mesma comparação é feita, porém para as tensões normais ao eixo z, onde o mesmo comportamento quase linear é notado na análise com variação do módulo de elasticidade. Além disso, constata-se que os valores de tensão de compressão na análise com módulo de elasticidade constante

apresentam-se consideravelmente maiores do que os calculados com a variação temporal desta propriedade.

Nas FIGURAS 5.61 a 5.63, e 5.67 a 5.69 são comparados os resultados de duas análises em camadas com módulo de elasticidade constante sendo uma via processo linear incremental de análise estrutural (W3) e a outra via processo linear não-incremental (K3). Destes gráficos é possível comprovar que os dois processos não se distanciam muito a menos do fato de que, para a tensão principal máxima, o processo não-incremental gera resultados que subestimam as tensões de tração nos pontos mais próximos a base, e superestima consideravelmente as mesmas em pontos mais próximos do topo da barragem, especialmente nas primeiras horas logo após o lançamento das camadas.

Para as tensões de confinamento (S_z), em todos os pontos os resultados acabam se assemelhando nas primeiras horas, porém, nas horas finais até o lançamento de todas as camadas, os valores obtidos via o processo não-incremental acabam superando os obtidos via processo incremental, sendo este efeito mais pronunciado nos pontos mais próximos da base.

5.2.8 Temperaturas – Comparação com Dados de Campo

Nas FIGURAS 5.70 e 5.71 os dados de temperatura obtidos em campo são contrastados com resultados da simulação W1 (Bloco Único e valores médios de temperaturas de lançamento e ambiente) e a simulação W2 (Deposição em camadas conforme cronograma de execução da obra com temperatura de lançamento e ambiente segundo leituras feitas no local).

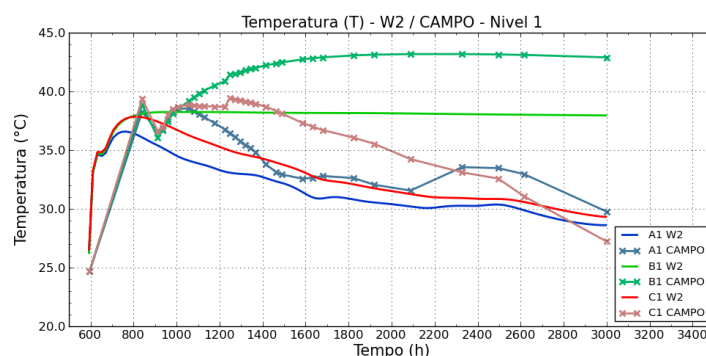


FIGURA 5.70 - TEMPERATURA: W2 X DADOS DE CAMPO

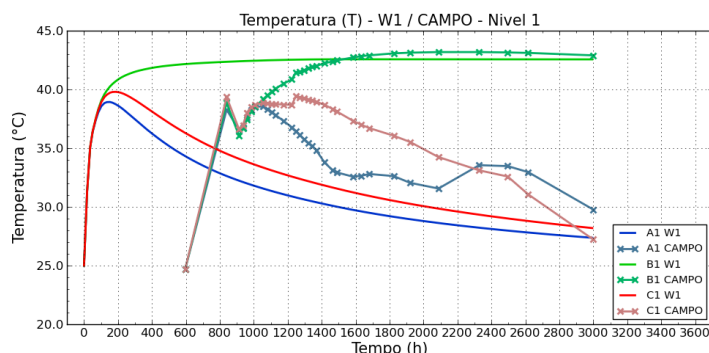


FIGURA 5.71 - TEMPERATURA: BLOCO ÚNICO (W1) X DADOS DE CAMPO(CAMPO)

Em ambos os gráficos é possível constatar boa aproximação de resultados sendo que os resultados de campo para o ponto B2, apresentam temperaturas finais maiores do que os obtidos pela simulação do lançamento em camadas. Isto pode ser explicado pelo fato de ser um ponto interno do maciço que é menos afetado pelas condições convectivas. Dado que a análise não levou em conta fatores que pudessem interferir na troca de calor nas superfícies livres do concreto durante o processo de concretagem, vê-se que o valor adotado para convecção no mesmo acabou sendo conservador, revelando taxas de perda de temperatura um pouco maiores nas horas iniciais.

5.3 ESTIMATIVA DE FALHA

Levando em conta que o módulo de elasticidade do concreto (E), em suas primeiras horas é muito baixo, foi tomado como premissa aplicar a estimativa de falha sobre uma determinada camada somente após o lançamento da camada posterior. Isto equivale a considerar que a estrutura não rompe em função de seu peso próprio, pois caso contrário, chega-se ao resultado absurdo de que toda a estrutura atinge o limite de falha logo nas primeiras 3 horas após seu lançamento, o que não se verifica na prática.

Foram efetuadas análises de estimativa de falha considerando uma intercalação (número de camadas lançadas acima de uma camada até que a camada em questão seja analisada quanto a falha) de não apenas 1 camada, mas

sim, de 2, 3, 5 e até mesmo 10 camadas.

Duas formas de exposição de resultados quanto a falha foram implementadas: na primeira, plotam-se os pontos de gauss da estrutura colorindo-se com círculos laranjas os pontos que falharam segundo o critério de Willam-Warnke, e circunferências azuis os pontos que falharam segundo os critérios de Tresca, Mohr-Coulomb e Drucker-Prager. Desta forma, em um mesmo gráfico, é possível contrastar os resultados de dois critérios (Willam-Warnke x outro critério). A segunda forma é a apresentação de um mapa de cores onde a cor cinza indica pontos que não falharam, e uma variação de degradê do azul para o vermelho indica o tempo em que cada ponto da estrutura falhou pela primeira vez, sendo os pontos em azul os mais antigos (os primeiros a falhar) e os em vermelho os mais recentes (os últimos a falhar).

Além disso, dado que a geometria da barragem tem proporções muito grandes, três regiões específicas, situadas na base da geometria, são ressaltadas com aproximações da visualização expndo mais detalhadamente os resultados, conforme é descrito na (FIGURA 5.72).

Por padrão adotado neste trabalho, estas regiões são quadrados de lado 3,6 m mostrando o amontoamento de 12, 8 e 6 camadas para os casos de espessuras de camadas de 30, 45 e 60 cm respectivamente.

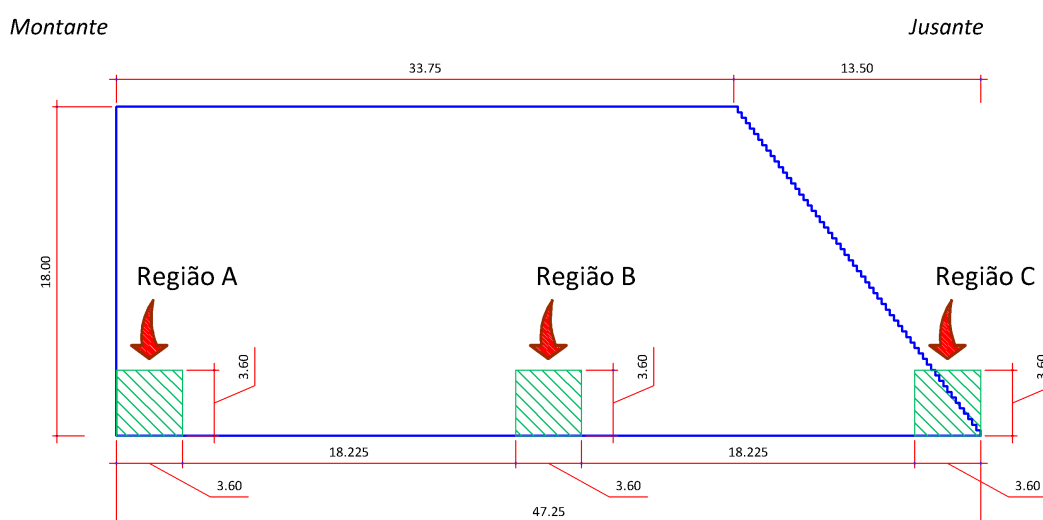


FIGURA 5.72 - PONTOS DE EXTRAÇÃO DE DADOS DO MODELO DA BARRAGEM DE SALTO CAXIAS

5.3.1 Comparações entre os Critérios de Falha

Para comparar os critérios já mencionados foi aplicada a estimativa de falha em dois tipos de simulações:

- 3C-TVI-06 – simulação do lançamento de 3 camadas de 4 x 4 m a intercaladas por 48 horas com passos de análise a cada 6 horas;
- 6C-TVI-06 – simulação do lançamento de 6 camadas de 4 x 2 m, intercaladas por 24 horas com passos de análise a cada 6 horas;

Para ambas as simulações as propriedades do material e a variação do módulo de elasticidade com o tempo são definidas conforme as TABELAs A.2 e A.2, apresentadas no APÊNDICE A. Adotou-se defasagens (ou intercalações) de 1, 2 e 3 camadas para aplicação das estimativas de falha.

5.3.2 Comparação: Willam-Warnke x Tresca

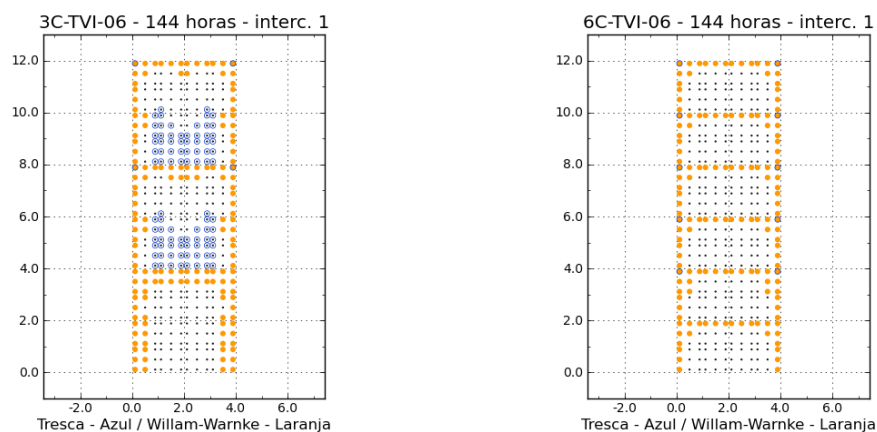


FIGURA 5.73 - COMPARAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE WILLAM-WARNKE E TRESCA – INTERCALAÇÃO DE 1 CAMADA

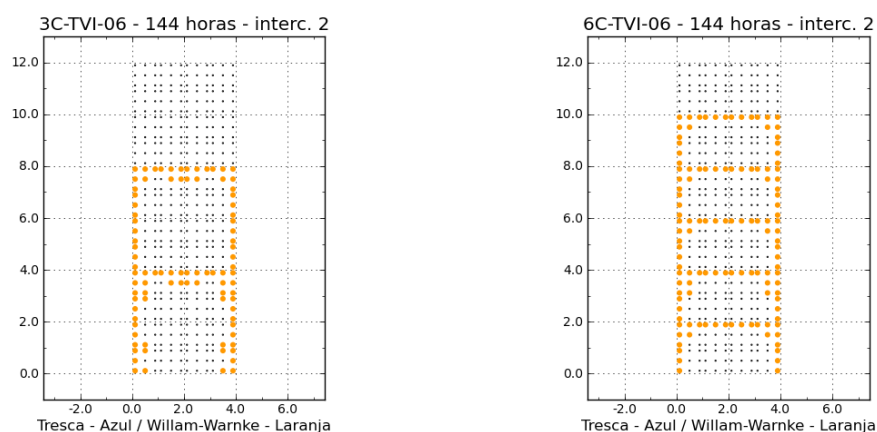


FIGURA 5.74 - COMPARAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE WILLAM-WARNKE E TRESCA – INTERCALAÇÃO DE 2 CAMADAS

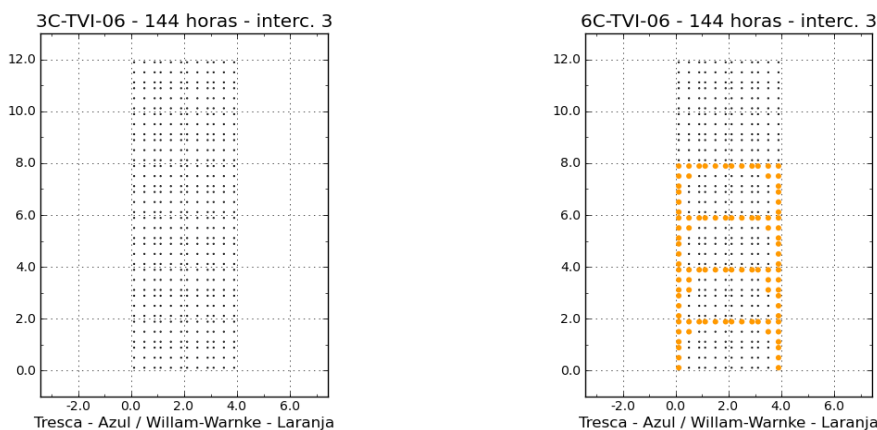


FIGURA 5.75 - COMPARAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE WILLAM-WARNKE E TRESCA – INTERCALAÇÃO DE 3 CAMADAS

5.3.3 Comparação: Willam-Warnke x Mohr-Coulomb

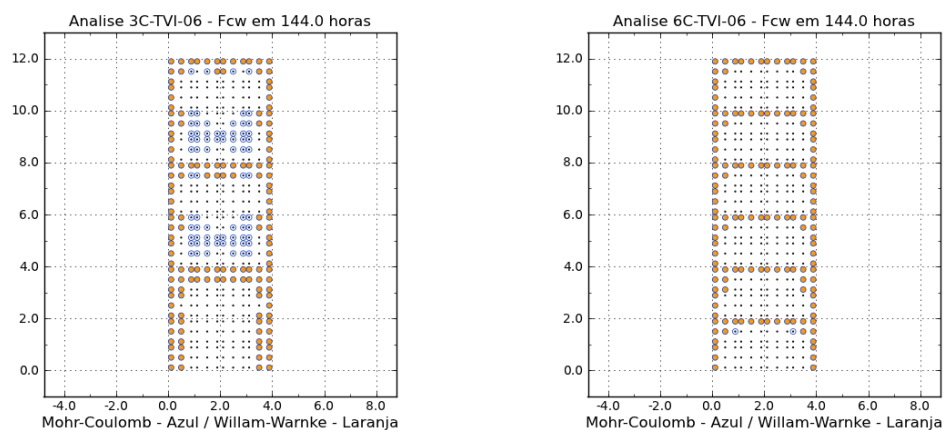


FIGURA 5.76 - COMPARAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE WILLAM-WARNKE E MOHR-COULOMB – INTERCALAÇÃO DE 1 CAMADA

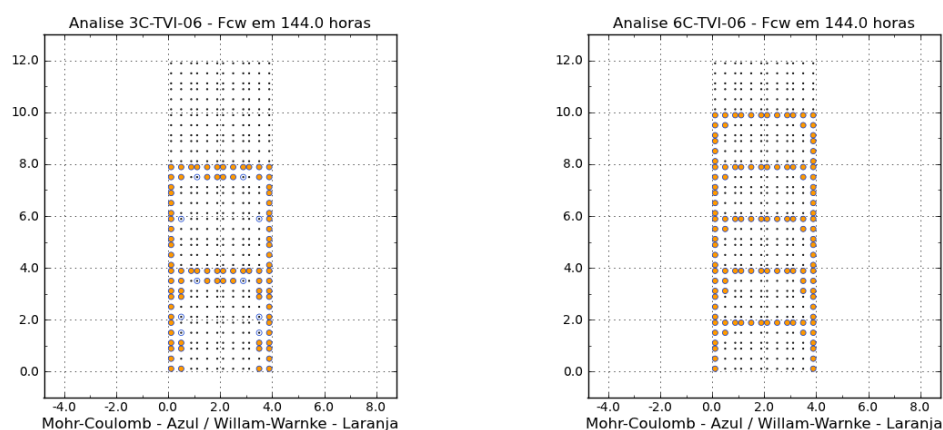


FIGURA 5.77 - COMPARAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE WILLAM-WARNKE E MOHR-COULOMB – INTERCALAÇÃO DE 2 CAMADAS

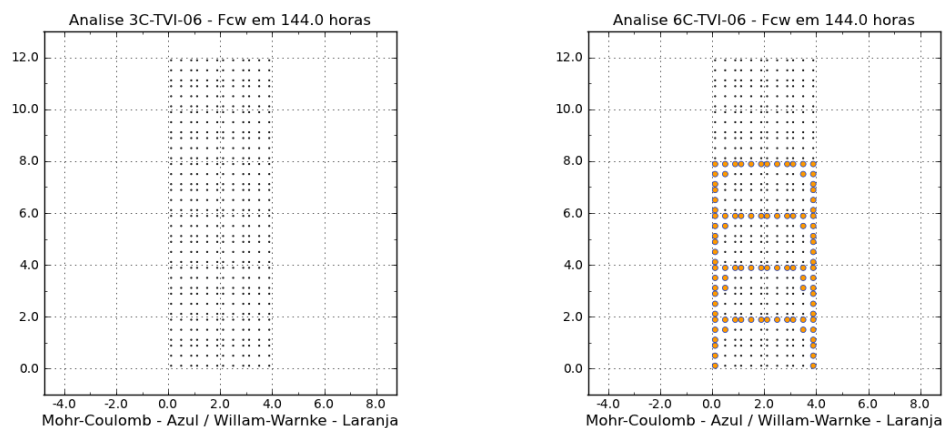


FIGURA 5.78 - COMPARAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE WILLAM-WARNKE E MOHR-COULOMB – INTERCALAÇÃO DE 3 CAMADAS

5.3.4 Comparação: Willam-Warnke x Drucker-Prager

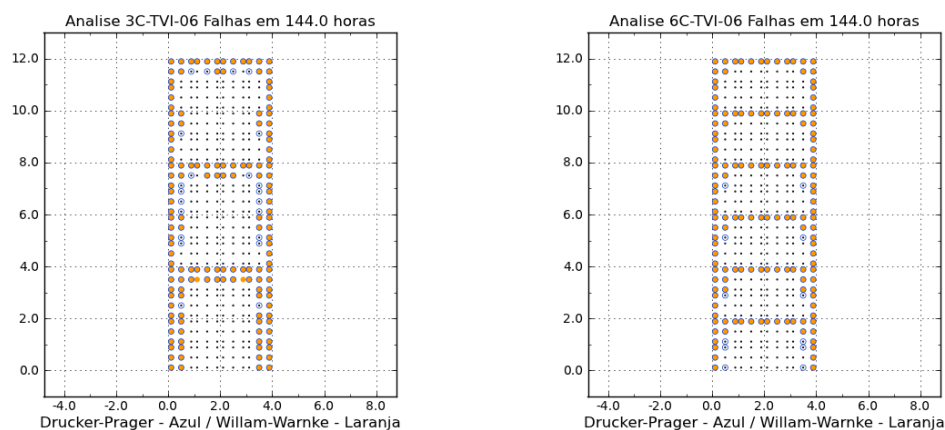


FIGURA 5.79 - COMPARAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE WILLAM-WARNKE E DRUCKER-PRAGER– INTERCALAÇÃO DE 1 CAMADA

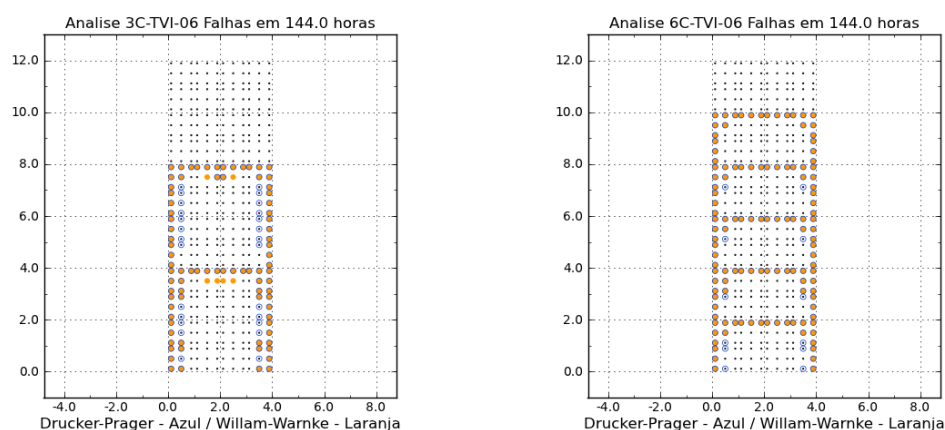


FIGURA 5.80 - COMPARAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE WILLAM-WARNKE E DRUCKER-PRAGER– INTERCALAÇÃO DE 2 CAMADAS

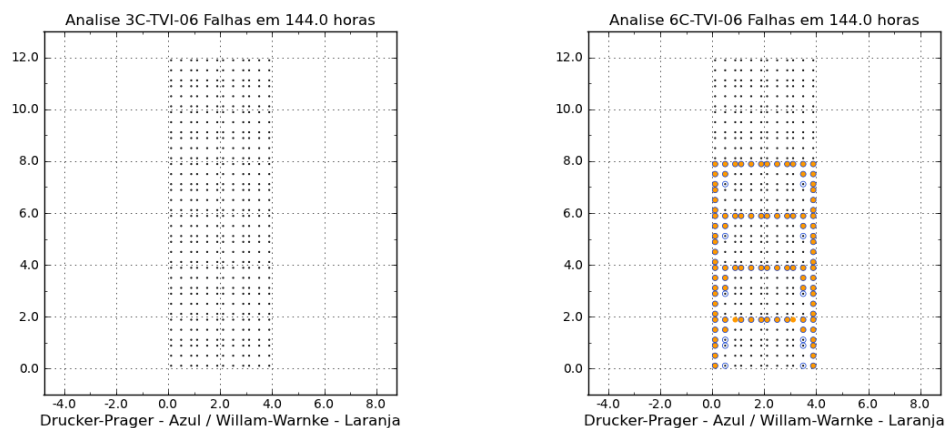


FIGURA 5.81 - COMPARAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE WILLAM-WARNKE E DRUCKER-PRAGER– INTERCALAÇÃO DE 3 CAMADAS

Na comparação com do lançamento de poucas camadas, conforme feito acima, é possível notar que o critério de Tresca é dissonante dos demais critérios dada a considerável congruência entre Willam-Warnke, Mohr-Coulomb e Drucker-Prager. Isso era esperado dado que Tresca não contempla o efeito de confinamento do concreto, fato que ocorre nos demais critérios, guardadas as devidas proporções.

Dentre os três critérios demonstrados congruentes, Mohr-Coulomb que é comumente aplicado a solos, apresenta-se mais conservador com relação a camadas espessas, o que pode ser notado na análise com três camadas (FIGURA 5.73 - esquerda), e praticamente iguala-se a Willam-Warnke na análise de seis camadas. O critério de Drucker-Prager por sua vez apresenta-se um pouco mais sensível aos efeitos nas bordas das camadas apresentando alguns pontos a mais como sendo falhos nestas regiões quando da comparação com Willam-Warnke.

Em seguida, foram feitos testes da aplicação da estimativa de falha a cada 1, 2, 3, 5 e 10 camadas lançadas, sobre os resultados da análise F3.

Os resultados da estimativa falha estão expressos nas figuras das duas páginas seguintes.

Pela análise das FIGURAS 5.82 e 5.83 é possível notar que o critério de Tresca realmente não é adequado a nossa análise pelo motivo antes citado e pelo resultado agora exposto em que quase todos os pontos, mesmo com a intercalação de 10 camadas, ainda apresentam-se como sendo falhos.

O critério de Mohr-Coulomb na intercalação de 10 camadas apresenta resultados bastante razoáveis, sendo que a mesma congruência é obtida por Drucker-Prager com a intercalação de 5 camadas, e por Willam-Warnke com a intercalação de apenas 3 camadas. Isto então justifica o uso deste último como padrão para as demais análises comparativas.

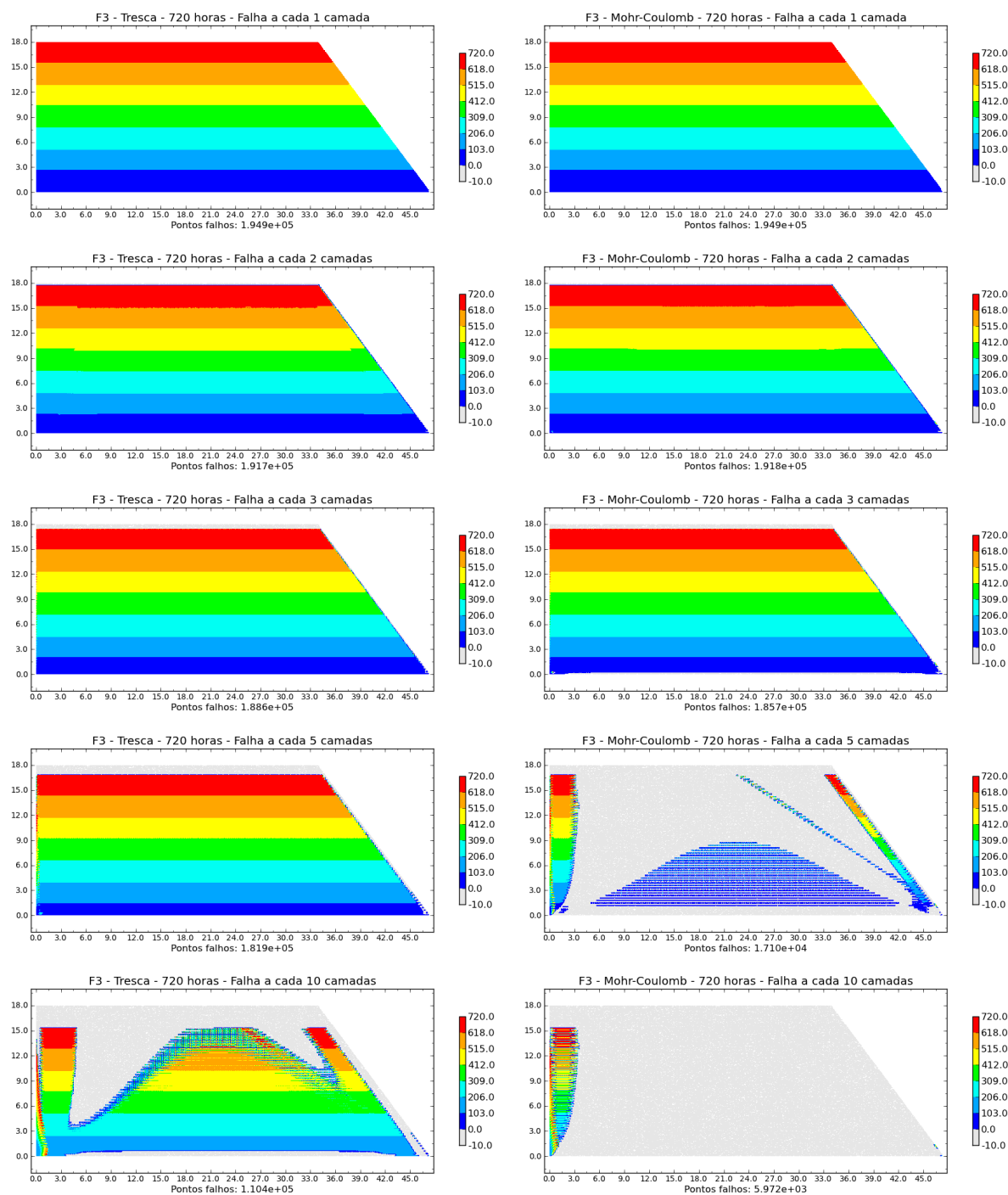


FIGURA 5.82 - COMPARAÇÃO ENTRE AS INTERCALAÇÕES DA APLICAÇÃO DA ESTIMATIVA DE FALHA NA ANÁLISE F3 (TRESCA E MOHR-COULOMB)

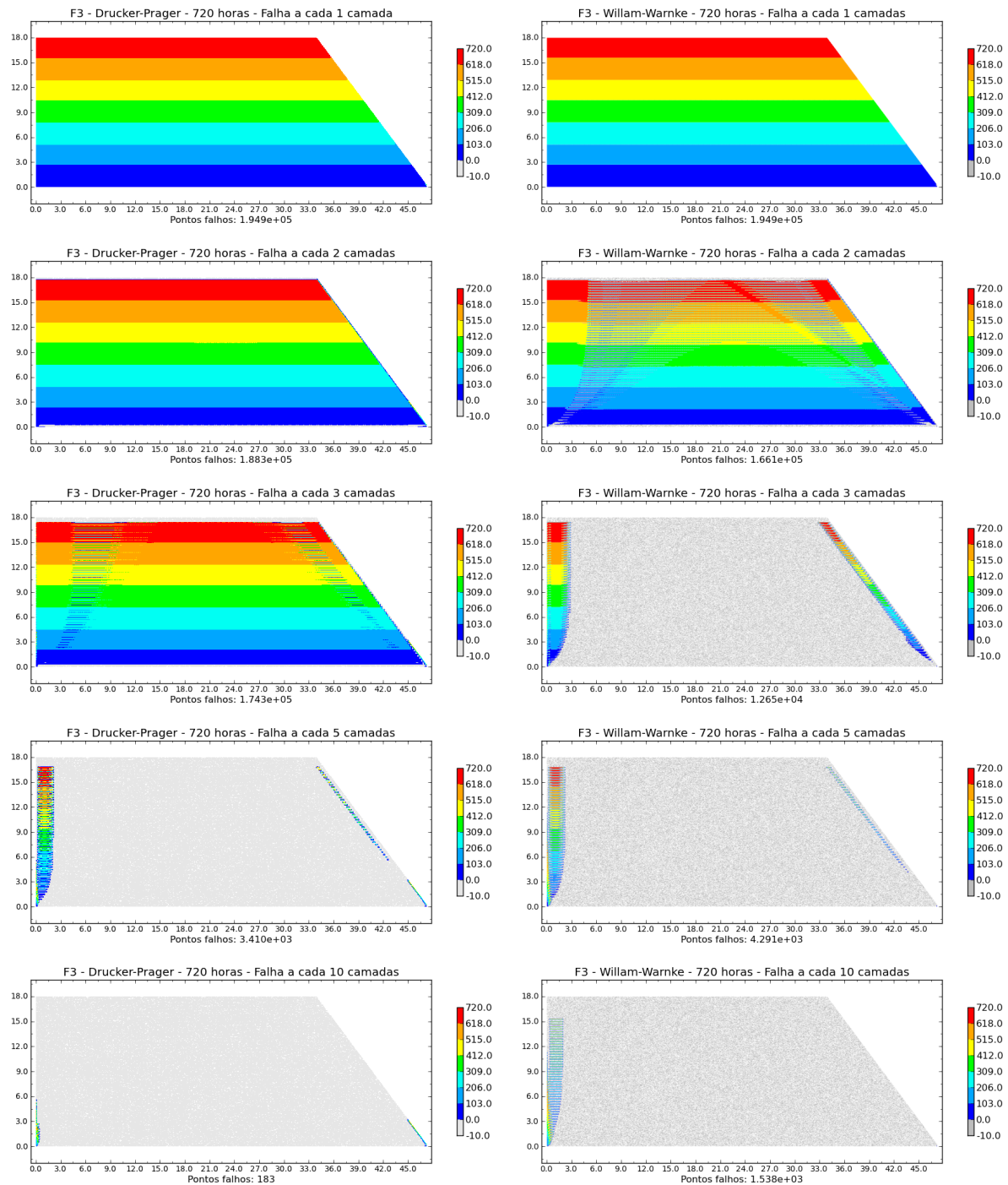


FIGURA 5.83 - COMPARAÇÃO ENTRE AS INTERCALAÇÕES DA APLICAÇÃO DA ESTIMATIVA DE FALHA NA ANÁLISE F3 (DRUCKER-PRAGER E WILLAM-WARNKE)

5.3.5 Efeito da Altura das Camadas

Comparando os resultados de estimativa de falha, entre as simulações F3, F6 e F7, que consideram um mesmo intervalo de lançamento de camadas de 12 horas, e espessuras de camadas de 30, 45 e 60 cm respectivamente, tem-se como resultados finais (processo de deposição de todas as camadas):

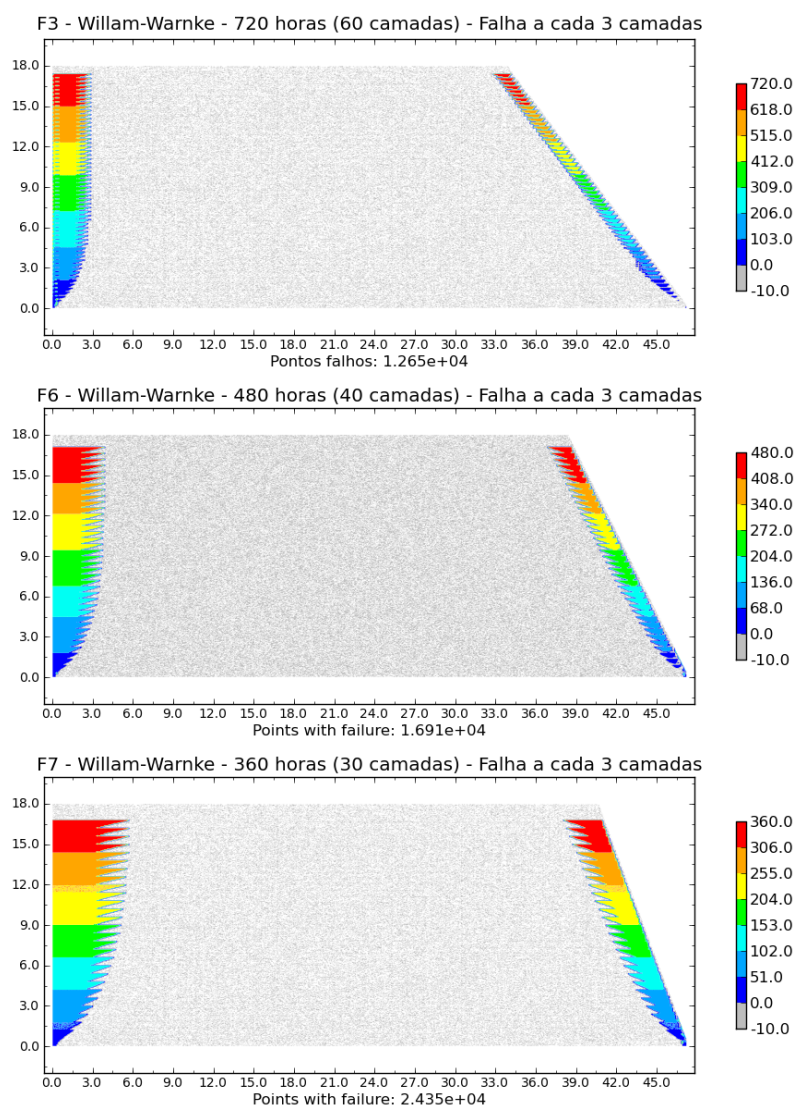


FIGURA 5.84 - COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTIMATIVAS DE FALHA NAS SIMULAÇÕES F3, F6 E F7 – PANORAMA GERAL

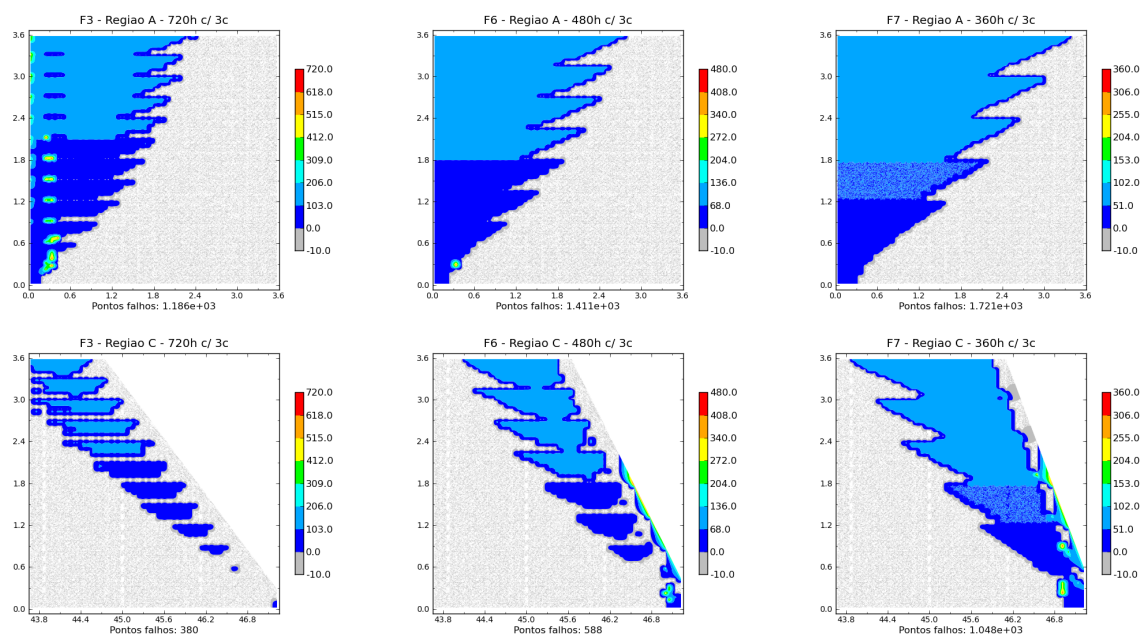


FIGURA 5.85 - COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTIMATIVAS DE FALHA NAS SIMULAÇÕES F3, F6 E F7 – REGIÕES A E C

5.3.6 Efeito do Intervalo entre Lançamentos de Camadas

Comparando os resultados de estimativa de falha, entre as simulações F3, F4 e F5, que consideram uma mesma espessura de camada de 30 cm e intervalos entre lançamentos de 12, 24 e 48 horas respectivamente, foram obtidos os seguintes resultados após o lançamento de todas as camadas de cada caso:

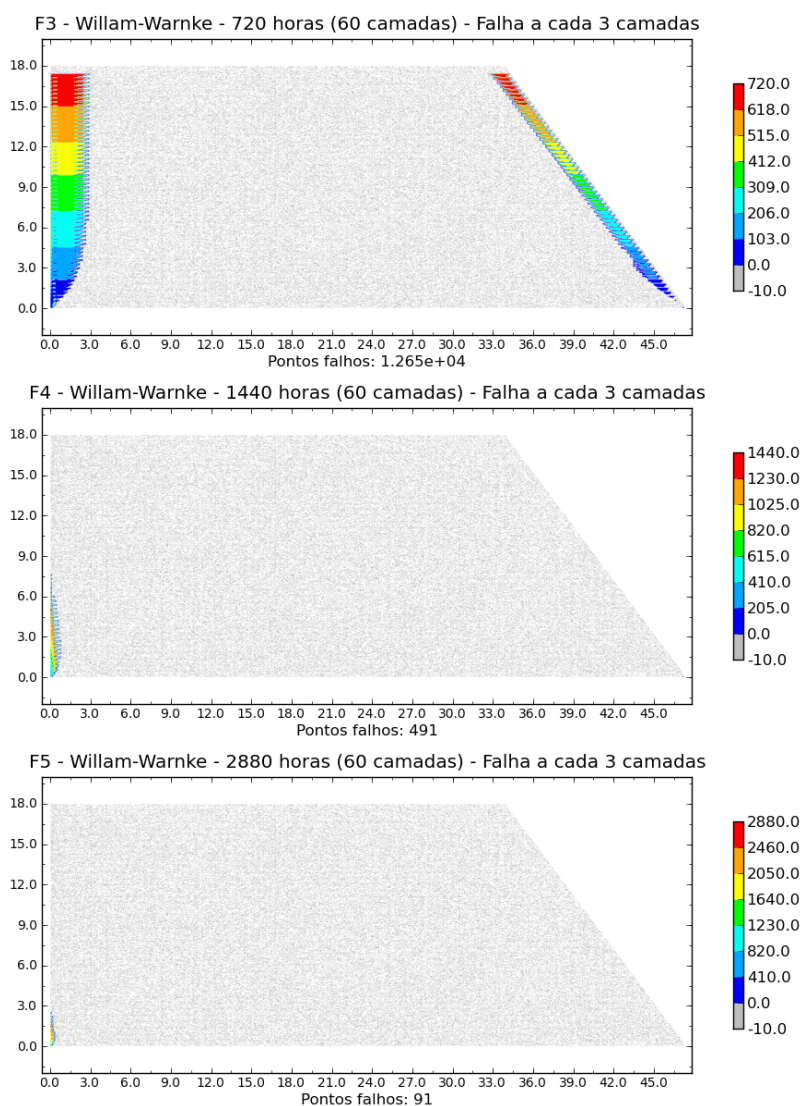


FIGURA 5.86 - COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTIMATIVAS DE FALHA NAS SIMULAÇÕES F3, F4 E F5 – PANORAMA GERAL

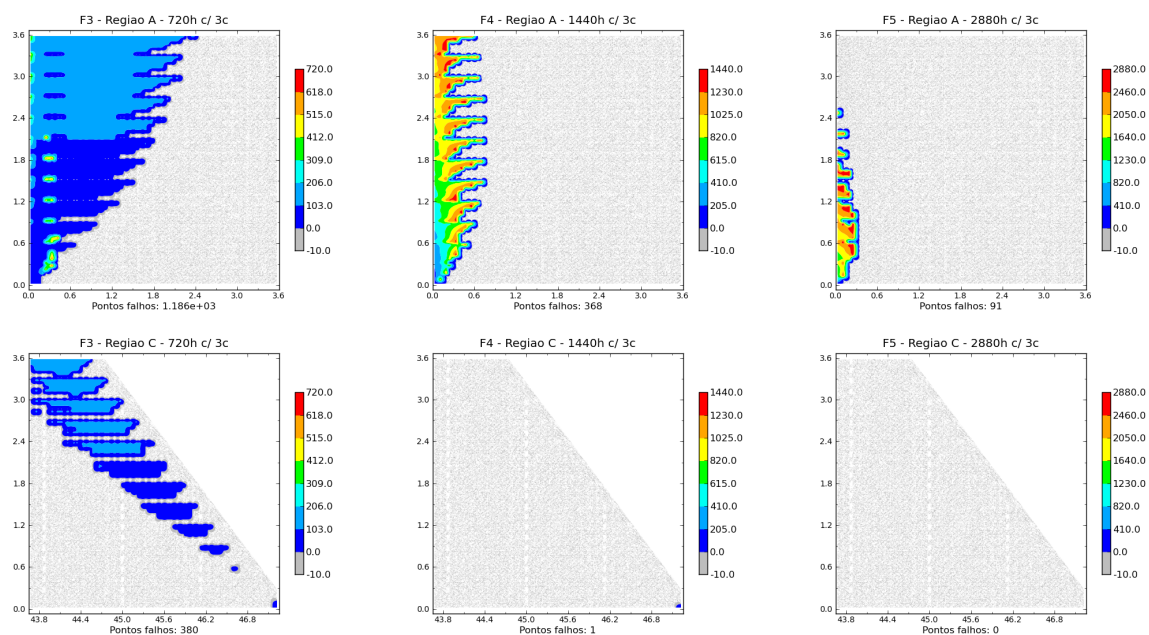


FIGURA 5.87 - COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTIMATIVAS DE FALHA NAS SIMULAÇÕES F3, F4 E F5 – REGIÕES A E C

6 DISCUSSÕES E COMENTÁRIOS

6.1 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados quanto aos campos de temperatura obtidos corroboraram os resultados dos trabalhos anteriores. Saliente-se que dentre as duas variantes consideradas no processo construtivo, a saber, o aumento da espessura de camadas e o aumento do intervalo de tempo entre deposição de camadas, a última apresenta melhores resultados no que tange a redução do campo de temperaturas máximo atingido pela estrutura. Os resultados de tensão apresentam-se concordantes com os campos de temperatura desenvolvidos, o que permite ratificar as conclusões obtidas por meio dos resultados térmicos.

Uma deficiência do código desenvolvido que merece atenção está na linearidade, ou melhor, multilinearidade material adotada para representação do concreto. Esta abordagem simplificada pode, por exemplo, levar a situação fora da realidade de deformações serem recuperadas em função do aumento do módulo de elasticidade com o tempo.

Além disso, as funções matemáticas que representam a variação temporal do módulo de elasticidade do material partem de um valor inicial zero, o que de fato, não condiz com a realidade. Pelo processo de compactação há um ganho de resistência considerável que não é quantificado nestas funções, o que portanto, representa mais um ponto fraco nas simulações realizadas.

Nas FIGURAS 5.73, 5.76 e 5.82 fica evidenciado que o critério de Tresca não é a melhor opção quando este tem seus resultados comparados com outros critérios como Drucker-Prager e Willam-Warnke. Dessa forma, optou-se obviamente por enfatizar e representar somente os resultados obtidos via Willam Warnke nas estimativas de falha sobre o bloco da barragem. Saliente-se que as análises F3 a F7, utilizadas para aplicação da estimativa de falha, levam todas em consideração a variação do módulo de elasticidade com o tempo.

Com isso mente, nas FIGURAS 5.84 e 5.85, os resultados de falha atestam que o aumento da espessura das camadas não melhora o quadro de falha, e pelo

contrário, apresenta ainda um leve agravamento deste, conforme as camadas ficam mais espessas. Isto justifica-se pelo fato de que com camadas mais espessas, lançadas em um mesmo intervalo de tempo das camadas mais finas, a estrutura é finalizada mais rapidamente, o que acarreta uma maior taxa de aumento do peso próprio da estrutura enquanto o concreto ainda está em suas primeiras idades.

Por sua vez, nas FIGURAS 5.86 e 5.87, o aumento do intervalo de tempo entre lançamentos de camadas garante uma considerável redução do quadro de fissuração. Isto ressalta a importância de um tempo mínimo entre lançamentos de camadas que deve estar em torno de 24 horas, dado que o lançamento a cada 12 horas apresenta um quadro de fissuração bastante grave.

Vale notar que as fissuras de maneira geral, em todos os modelos testados, manifestam-se nas regiões próximas aos parâmetros de montante e jusante, ficando o interior do maciço isento de fissuras.

Um aspecto interessante da aplicação do critério de falha é que este confirma que praticamente todos os pontos das faces de montante e jusante falharam em algum instante. Ao ocorrer esta falha, necessariamente, ocorre uma redistribuição de tensões para os pontos vizinhos e consequente aumento do nível de tensões nos mesmos. Como a abordagem do problema foi elástica linear este processo de redistribuição de tensões não é representado no modelo, o que configura uma limitação séria que justifica o emprego do termo “estimativa de falha” em vez de “simulação da falha”.

Por fim, cabe observar que a implementação do processo de cálculo linear incremental talvez seja a contribuição mais significativa do presente trabalho ao estudo que tem se desenvolvido quanto a simulação de efeitos térmicos em barragens de CCR. Obviamente, muitas melhorias ainda podem ser agregadas como aplicação de plasticidade e dano em um processo não linear de cálculo.

6.2 COMENTÁRIOS

6.2.1 Dificuldades encontradas

A principal dificuldade encontrada no desenvolvimento do presente trabalho

foi a reprodução de resultados anteriores dificultada pela falta de tutoriais de uso do pacote comercial ANSYS[®] que enfatizassem o uso da APDL em análises transientes.

Como linguagem de programação, a APDL apresenta limitações que tornam os códigos nela gerados bastante longos e confusos, e consequentemente, difíceis de serem reaproveitados. Somado-se a isso, alguns comandos dos códigos montados em trabalhos anteriores caíram em obsolescência, e a substituição destes basicamente exigia uma reformulação completa.

Na tentativa de reformulação dos códigos anteriores foi constatado que, em uma análise transiente, os comandos APDL destinados a leitura de resultados de passos anteriores e aplicação destes como condições iniciais em um novo passo de carga não funcionam adequadamente. Isto acabou se tornando o motivo para o abandono do uso do pacote comercial ANSYS[®] e preferência pelo uso da versão educacional do pacote comercial ABAQUS[®], como via de validação de um código próprio desenvolvido em linguagem de programação PYTHON.

6.2.2 Código Próprio x Uso de Pacotes Comerciais

Das experiências em fazer uso de um pacote comercial de elementos finitos e programar um código próprio de elementos finitos para uma mesma finalidade, foi possível atestar a dificuldade em se compreender, em vias de fato, o que um pacote comercial faz por trás de sua interface gráfica. Além do mais, a postura de mero usuário de um pacote comercial pode facilmente induzir ao excesso de confiança nos resultados gerados, e ainda, no contexto acadêmico, conformar uma superficialidade na absorção de conceitos importantes do método dos elementos finitos.

Somado a isso, a experiência de desenvolver um código próprio, apesar de ser onerosa, é muito mais enriquecedora como recurso didático do que a mera utilização de um software.

7 CONCLUSÕES

7.1 CONCLUSÕES QUANTO AOS RESULTADOS OBTIDOS

A partir dos resultados e comentários feitos nos dois capítulos anteriores, conclui-se que:

1. Uma simulação em bloco único, de maneira geral, apresenta resultados superestimados quanto ao campo de temperaturas e os campos de tensões, quando comparada com a simulação do efeito de deposição de camadas. Apesar de tais resultados acabarem indo em favor da segurança, a consideração desse modelo simplificado pode gerar o desperdício de materiais e comprometer o prazo e os custos da obra.
2. O aumento da espessura das camadas não contribui para atenuar os resultados de temperatura e do campo de tensões na estrutura, sendo que, pelo contrário, mesmo que de forma pouco significativa, acaba agravando estes resultados.
3. Quão maior for o intervalo entre lançamentos de camadas menores serão os efeitos termomecânicos sobre a estrutura da barragem, o que leva a conclusão da necessidade de um tempo mínimo entre lançamentos que esteja ao redor de 24 horas.
4. O processo de análise estrutural linear incremental apresenta resultados mais consistentes do que o não-incremental
5. A consideração do módulo de elasticidade variável conforme a idade do concreto é fundamental para se estimar a falha do material e gera resultados de tensão menos oscilantes do que a adoção de um módulo de elasticidade constante.
6. O quadro de fissuração, como consequência dos campos de temperatura e tensão gerados, responde de maneira igual aos resultados destas grandezas já comentados. Assim sendo, a variação da altura das camadas acaba causando um leve agravamento do quadro de fissuração enquanto que maiores intervalos entre lançamentos de camadas

garantem melhoria significativa na redução das fissuras.

7. As fissuras, conforme o critério de Willam-Warnke, ocorrem somente nas proximidades dos paramentos de jusante e montante o que favorece a percolação de água e prejudica a estanqueidade da estrutura.

7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Ficam como sugestões para trabalhos futuros as seguintes possibilidades:

- Implementação de uma análise não-linear que leve em conta plasticidade e dano, baseando-se no algoritmo de Newton-Raphson e acoplando este ao “frame” do código desenvolvido;
- Expansão para o caso 3D;
- Possibilidade de realização de uma análise termo-estrutural totalmente acoplada e não sequencialmente acoplada como a atual;
- Definir elementos de contato nas interfaces das camadas lançadas no intuito de simular o efeito de junta fria não considerado no presente estudo;
- Ponderar a possibilidade de remalhar a estrutura a cada passo de análise ou a cada camada lançada de modo a conferir se isto promove melhoria de resultados que sejam significativas;
- Validação dos resultados gerados via o código com um modelo físico reduzido, onde dados de temperatura e tensão possam ser lidos em um ambiente com algum controle e assim sejam garantidos dados confiáveis para calibração dos modelos;
- Otimizar o cálculo de tensões e deformações que constituiu um dos principais gargalos do código desenvolvido onde maiores tempos de processamento são gastos;
- Paralelização do código;
- Adaptar o código desenvolvido com o propósito de aplicá-lo em análises inversas;
- Inclusão da consideração de fluência do concreto já desenvolvida em

trabalho anterior;

- Implementação de rotinas para cálculo de formação, abertura e propagação de trincas;
- Desenvolvimento de uma interface gráfica;

REFERÊNCIAS

Abaqus 6.9 Documentation. Disponível em: <<http://abaqusdoc.ucalgary.ca/v6.9/>>. Acesso em: 7/7/2011.

ABNT NBR-6118. **Projetos de estruturas de concreto - Procedimento**. 2003.
AMIN, M. N.; KIM, J.-S.; LEE, Y.; KIM, J.-K. Simulation of the thermal stress in mass concrete using a thermal stress measuring device. **Cement and Concrete Research**, v. 39, n. 3, p. 154–164, 2009.

ANDRADE, W. P. **Concretos: massa, estrutural, projetado e compacto com rolo-ensaios e propriedades**. Pini, 1997.

ANDRIOLO, F. R. **The use of Roller Compacted Concrete**. Oficina de textos, 1998.
DE ARAÚJO, J. M.; AWRUCH, A. M. Cracking safety evaluation on gravity concrete dams during the construction phase. **Computers & Structures**, v. 66, n. 1, p. 93–104, 1998.

ARDITO, R.; MAIER, G.; MASSALONGO, G. Diagnostic analysis of concrete dams based on seasonal hydrostatic loading. **Engineering Structures**, v. 30, n. 11, p. 3176–3185, 2008.

ASSAN, A. E. **Método dos elementos finitos: primeiros passos**. Ed. da UNICAMP, 2003.

BATHE, K. J. **Finite element procedures**. Prentice Hall, 1996.

BEJAN, A. **Convection heat transfer**. Wiley, 2004.

BETTENCOURT RIBEIRO, A.; DÍEZ-CASCÓN, J.; GONÇALVES, A. Roller compacted concrete-tensile strength of horizontal joints. **Materials and Structures**, v. 34, n. 7, p. 413–417–417, 2001.

BHATTI, M. A. **Fundamental finite element analysis and applications: with Mathematica and MATLAB computations**. John Wiley, 2005.

BHAVIKATTI, S. S. **Finite Element Analysis**. New Age International (P) Ltd., 2007.
BORESI, A. P.; SCHMIDT, R. J. **Advanced mechanics of materials**. John Wiley & Sons, 2003.

CAMANHO, P. M. P. R. DE C. **Aplicação do efeito termo-elástico à análise experimental de tensões**, 1995. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto - Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial.

CARTER, J. P.; BOOKER, J. R. Finite element analysis of coupled thermoelasticity. **Computers & Structures**, v. 31, n. 1, p. 73–80, 1989.

CHEN, S. H.; SU, P. F.; SHAHROUR, I. Composite element algorithm for the thermal analysis of mass concrete: Simulation of lift joint. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 47, n. 5, p. 536–542, 2011.

CHEN, W. F. **Plasticity in reinforced concrete**. J. Ross Pub., 2007.
COOK, R. D. **Concepts And Applications Of Finite Element Analysis, 4Th Ed.** Wiley India Pvt. Ltd., 2007.

CORDEIRO, G. C.; FILHO, R. D. T.; TAVARES, L. M.; FAIRBAIRN, E. DE M. R. Ultrafine grinding of sugar cane bagasse ash for application as pozzolanic admixture in concrete. **Cement and Concrete Research**, v. 39, n. 2, p. 110 – 115, 2009.

DEMME, J. W.; EISENSTAT, S. C.; GILBERT, J. R.; LI, X. S.; LIU, J. W. H. A supernodal approach to sparse partial pivoting. **SIAM J. Matrix Analysis and Applications**, p. 720–755, 1999.

DÉSIR, J.-M.; ROMDHANE, M. R. B.; ULM, F.-J.; FAIRBAIRN, E. M. R. Steel–concrete interface: revisiting constitutive and numerical modeling. **Computers & Structures**, v. 71, n. 5, p. 489 – 503, 1999.

DILL, E. H. **Continuum mechanics: elasticity, plasticity, viscoelasticity**. CRC Press, 2007.

FAIRBAIRN, E. M. R.; EBECKEN, N. F. F.; PAZ, C. N. M.; ULM, F.-J. Determination of probabilistic parameters of concrete: solving the inverse problem by using artificial neural networks. **Computers & Structures**, v. 78, n. 1–3, p. 497 – 503, 2000.

FARAGE, M. C. R.; ALVES, J. L. D.; FAIRBAIRN, E. M. R. Macroscopic model of concrete subjected to alkali–aggregate reaction. **Cement and Concrete Research**, v. 34, n. 3, p. 495 – 505, 2004.

FILHO, R. D. T.; SILVA, F. DE A.; FAIRBAIRN, E. M. R.; FILHO, J. DE A. M. Durability of compression molded sisal fiber reinforced mortar laminates. **Construction and Building Materials**, v. 23, n. 6, p. 2409 – 2420, 2009.

GOSZ, M. R. **Finite element method: applications in solids, structures, and heat transfer**. Taylor & Francis, 2006.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. **Fundamentals of Heat and Mass Transfer 5th Edition**. John Wiley & Sons, 2001.

JAAFAR, M. S.; BAYAGOOB, K. H.; NOORZAEI, J.; THANOON, W. A. M. Development of finite element computer code for thermal analysis of roller compacted concrete dams. **Advances in Engineering Software**, v. 38, n. 11-12, p. 886–895, 2007.

JIANG, H.; XIE, Y. A note on the Mohr–Coulomb and Drucker–Prager strength criteria. **Mechanics Research Communications**, v. 38, n. 4, p. 309–314, 2011.

JIN, F.; CHEN, Z.; WANG, J.; YANG, J. Practical procedure for predicting non-uniform temperature on the exposed face of arch dams. **Applied Thermal Engineering**, v. 30, n. 14-15, p. 2146–2156, 2010.

KARIMPOUR, A. Effect of time span between mixing and compacting on roller compacted concrete (RCC) containing ground granulated blast furnace slag (GGBFS). **Construction and Building Materials**, v. 24, n. 11, p. 2079–2083, 2010.

KAVAMURA, E. E. **Estudo do comportamento termo-estrutural bidimensional de barragens de concreto utilizando o método dos elementos finitos**, 2005. Dissertação de Mestrado, Curitiba - PR: UFPR - Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Exatas e Tecnologia. Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia - área de concentração: Mecânica Computacional.

KOVALENKO, A. D.; MACVEAN, D. B.; ALBLAS, J. B. **Thermoelasticity: Basic theory and applications**. Wolters-Noordhoff, 1969.

KRÜGER, DENISE ARAÚJO VIEIRA. **Análise térmica transiente de estruturas de concreto executadas por camadas.**, 2001. Dissertação de Mestrado, Curitiba - PR: UFPR - Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Exatas e Tecnologia. Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia - área de concentração: Mecânica Computacional.

KUPERMAN, S. C. 'Barragens brasileiras de concreto compactado com rolo: passado. presente e futuro. p.240–255, 1996. Curitiba – PR.

KWON, Y. W.; BANG, H. **The finite element method using MATLAB**. CRC Press, 2000.

LEE, Y.; CHOI, M.-S.; YI, S.-T.; KIM, J.-K. Experimental study on the convective heat transfer coefficient of early-age concrete. **Cement and Concrete Composites**, v. 31, n. 1, p. 60–71, 2009.

LÉGER, P.; VENTURELLI, J. Seasonal Temperature and stress distribution in concrete gravity dams. **Canadian Journal of Civil Engineering**, p. 999–1017, 1992.

LIENHARD, J. H.; LIENHARD. **A Heat Transfer Textbook: Fourth Edition**. Dover Publications, 2011.

MASE, G. T.; SMELSER, R. E.; MASE, G. E. **Continuum mechanics for engineers**. CRC Press, 2009.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. . **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais**. Ibracon, 2008.

NOORZAEI, J.; BAYAGOOB, K. H.; THANOON, W. A.; JAAFAR, M. S. Thermal and stress analysis of Kinta RCC dam. **Engineering Structures**, v. 28, n. 13, p. 1795–1802, 2006.

ÖZİŞİK, M. N. **Heat transfer: a basic approach**. McGraw-Hill, 1985.

POPOV, E. P. **Engineering mechanics of solids**. Prentice Hall, 1990.

REDDY, J. N. **An introduction to the finite element method**. McGraw-Hill Higher

Education, 2006.

SADD, M. H. **Elasticity: theory, applications, and numerics**. Elsevier/AP, 2009.

SILVA, M. T. Q. S. DA. **Análise térmica transiente e de tensões em estruturas executadas em camadas**, 2003. Dissertação de Mestrado, Curitiba - PR: UFPR - Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Exatas e Tecnologia. Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia - área de concentração: Mecânica Computacional.

SMITH, I. M.; GRIFFITHS, D. V. **Programming the finite element method**. Wiley, 2004.

TEIXEIRA, R. R. **Modelagem por elementos finitos para análise de tensões e deformações por fluência no concreto compactado com rolo**, 2006. Dissertação de Mestrado, Curitiba - PR: UFPR - Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Exatas e Tecnologia. Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia - área de concentração: Mecânica Computacional.

TEIXEIRA-DIAS, F.; PINHO-DA-CRUZ, J. A. M.; VALENTE, R. A. F.; DE SOUSA, R. A. **Método dos Elementos Finitos: Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia**. 1a. ed. ETEP - Edições Técnicas e Profissionais, 2010.

XIE, H.; CHEN, Y. Determination of the type and thickness for impervious layer in RCC dam. **Advances in Engineering Software**, v. 36, n. 8, p. 561–566, 2005.

ZHANG, X.; LI, S.; LI, Y.; GE, Y.; LI, H. Effect of superficial insulation on roller-compacted concrete dams in cold regions. **Advances in Engineering Software**, v. In Press, Corrected Proof, 2010. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0965997811001657>>.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method: Basic formulation and linear problems**. McGraw-Hill, 1994.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The Finite element method: Solid mechanics**. Butterworth-Heinemann, 2000.

APÊNDICE A - COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DO CÓDIGO PYTHON (PYSTEC)

A.1 DESCRIÇÃO DO MODELO UTILIZADO PARA COMPARAÇÃO

Para o código desenvolvido em linguagem PYTHON, foram feitas simulações comparativas com o software ABAQUS, tomando-se por base uma estrutura hipotética de blocos de concreto quadrados e sobrepostos, tal como feito nos trabalhos de Krüger (2001), Silva (2003), Kavamura (2005) e Teixeira (2006). As propriedades termomecânicas, utilizadas na modelagem são descritas na TABELA A.1 e foram retiradas do trabalho de Teixeira (2006).

TABELA A.1 - PROPRIEDADES TÉRMICAS DO CCR

Propriedades	Valores
Densidade	2.417 Kg/m ³
Calor específico	1.105 J/Kg°C
Condutividade térmica	6445,93 J/mh°C
Coeficiente de dilatação térmica	7,07e-6 /°C
Coeficiente de convecção concreto / ar	50.232 J/m ² hC
Coeficiente de Poisson	0,2
Módulo de elasticidade variável (Te em dias)	(Te/(0,177e-3 + 0.0845e-3 x Te)) x 10 ⁶ Pa
Módulo de elasticidade constante	14.2 x 10 ⁹ Pa
Temperatura ambiente (constante)	20°C
Temperatura de lançamento do concreto (constante)	45°C

No trabalho de Krüger (2001), os dados de elevação adiabática de temperatura do concreto obtidos pela Equipe de FURNAS (ANDRADE, 1997) foram transformados em uma curva de geração de “calor x tempo”, através da equação de Fourier e com devida interpolação dos mesmos, chegando-se aos resultados expostos na (TABELA A.2). Como comprovação dos resultados da curva de calor gerado, Krüger (2001), em seu Anexo 2, demonstra os resultados de uma análise teste específica para este caso.

TABELA A.2 - ELEVAÇÃO ADIABÁTICA DE TEMPERATURA E CURVA DE GERAÇÃO DE CALOR

Tempo		Temperatura (T)	Calor Gerado (Q)
(dias)	(horas)	(°C)	J/(m³h)
0	0	0,00	1.125.216
1	24	8,06	643.679
2	48	11,78	296.679
3	72	13,57	176.318
5	120	15,30	65.195
7	168	16,15	37.956
10	240	16,82	14.253
14	336	17,30	10.769
20	480	17,67	4.646
28	672	17,92	591

A estrutura hipotética adotada tem uma forma retangular com 4,00 m de base e 12,00 m de altura e é discretizada em uma malha de elementos finitos quadrada regular de dimensões 1,00 x 1,00 m .

No intuito de pôr em prova a capacidade de simulação do efeito de sobreposição de camadas esta geometria inicial serve de base para 3 casos de análise:

- Análise em Bloco Único : Análise BU - 1 x (4,00 x 12,00 m)
- Análise em 3 Camadas : Análise 3C - 3 x (4,00 x 4,00 m)
- Análise em 6 Camadas : Análise 6C - 6 x (4,00 x 2,00 m)

Para cada um destes casos de análise foram tomados 6 pontos de extração de resultados, rotulados de A até E, e dispostos na linha vertical central da malha, espaçados de 2 em 2 metros a partir dos primeiros 2 metros contados desde a base, conforme é esboçado na (FIGURA A.1).

As variáveis de estado como temperatura (T), deslocamentos horizontais (Ux) e deslocamentos verticais (Uy) tem seus resultados gerados diretamente nos nós das estruturas, sendo que então, para cada ponto definido de A a F, foi possível encontrar um nó correlato na malha de elementos finitos.

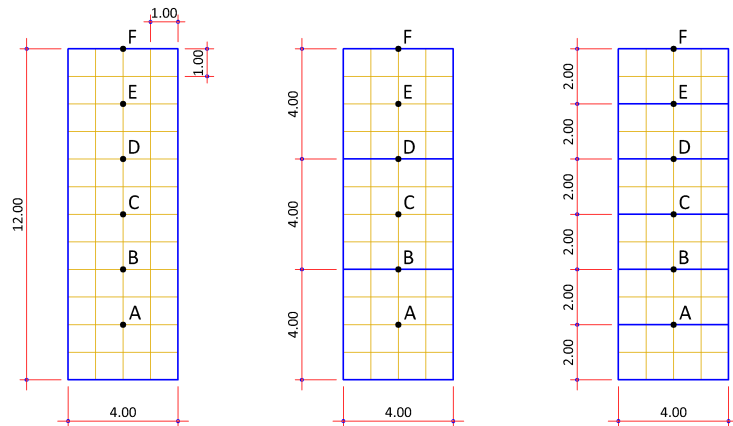


FIGURA A.1 - GEOMETRIA DE BLOCO ÚNICO, 3 CAMADAS E 6 CAMADAS COM OS PONTOS MONITORADOS

Por outro lado, para os demais resultados, a saber: deformação horizontal (E_{px}), deformação vertical (E_{py}), deformação angular no plano XY (E_{pxy}), deformação elástica de origem térmica (E_{pt}), tensão normal orientada ao longo do eixo x (S_x), tensão normal orientada pelo eixo y (S_y), tensão normal orientada ao longo do eixo z (S_z), tensão de cisalhamento sobre o plano xy (S_{xy}) e tensões principais máxima (S_{max}), média (S_{med}) e mínima (S_{min}), não foram gerados resultados nodais pelo código pySTEC e portanto, para tais casos, foram extraídos dados a partir de Pontos de Gauss. Para isso, buscou-se sempre o elemento finito inferior esquerdo, que contivesse um nó relativo aos pontos A até F, e dentro destes elementos, tomou-se como padrão, os resultados do Ponto de Gauss do canto superior direito conforme é descrito na (FIGURA A.2).

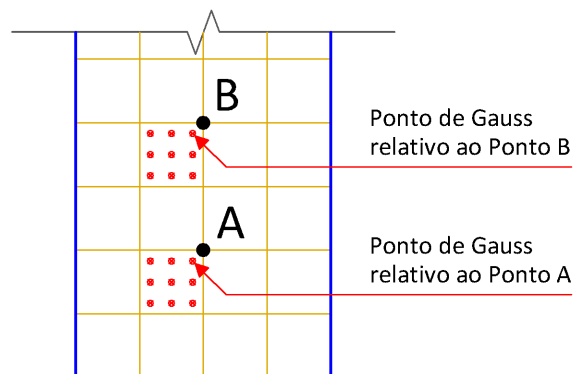


FIGURA A.2 - POSIÇÃO DOS PONTOS DE GAUSS MONITORADOS

Além das características mostradas até então, algumas peculiaridades da modelagem em elementos finitos merecem destaque conforme é mostrado na (TABELA A.3).

TABELA A.3 - CARACTERÍSTICAS DA MODELAGEM

Condições de Contorno	- Fluxo de calor nulo na base da primeira camada;
	- Restrição aos deslocamentos nas direções “x” e “y” na base da primeira camada;
	- Aplicação de fluxo convectivo nas linhas que representam a superfície do macico conforme o lançamento de cada camada;
	- Aplicação do calor gerado como força de corpo em cada camada segundo a idade do concreto que as compõe;
Características do Elemento Finito Utilizado	- Utilização de elemento bilinear de 4 nós para a análise térmica e biquadrático de 8 nós para a análise estrutural com interpolação dos resultados de temperatura como forças térmicas entre os nós excedentes da análise estrutural (conforme o padrão de análise executada via o software ABAQUS®);
Características da Análise	- Análise termomecânica desacoplada, sendo o campo de temperaturas em cada passo da análise obtido como um todo a priori antes da execução da análise estrutural
	- Análise térmica transiente linear
	- Análise estrutural elástica linear incremental adotando os deslocamentos dos passos anteriores junto com os incrementos de forças de origem térmica como pré deformação da estrutura nos passos posteriores;
Tempos	- Cada análise foi rodada para um intervalo de tempo de 144 horas;
	- Consequentemente as análises em 3 camadas tem um intervalo de tempo constante entre os lançamentos de camada equivalente a 48 horas sendo este tempo de 24 horas para as análises de 6 camadas;
	- Por padrão, entre o lançamento de cada camada, são realizados passos de análise a cada 6 horas (passo de tempo) ;

Partindo das propriedades até então descritas, foram gerados os três modelos básicos - BU, 3C e 6C, e além destes, foram também analisadas algumas variantes. Dentre as variantes consideradas figuram a possibilidade de realização de uma análise somente estrutural, o uso de módulo de elasticidade constante durante toda a análise, a opção entre uma análise estrutural linear incremental ou linear não-

incremental (sem considerar deformações prévias), e além destas, a variação do passo de tempo encurtando o intervalo entre cada passo de análise.

Como forma de organizar os modelos gerados, foi criada uma nomenclatura padrão para representar todas as variantes consideradas. Tal nomenclatura é definida conforme exposto na (TABELA A.4).

TABELA A.4 - DEFINIÇÃO DA NOMENCLATURA DOS MODELOS DE TESTE

AA-XYZ-99		
	Definição do trecho do código	Valores possíveis para o trecho do código
AA	- dois caracteres que descreve a geometria do modelo	BU – bloco único 3C – três camadas 6C – seis camadas
X	- um caractere que descreve o tipo de análise	E – somente estrutural T - termo-estrutural
Y	- um caractere que define o tipo de módulo de elasticidade adotado	K – módulo de elasticidade constante V – módulo de elasticidade variável
Z	- um caractere que indica o tipo de análise estrutural empregada	L – análise linear homogênea I – análise linear incremental
99	- dois dígitos que indicam o intervalo de tempo em horas entre cada passo de análise	02 – intervalo de duas horas 06 – intervalo de seis horas

Dado que ao todo até 13 tipos de resultados distintos são obtidos de cada análise (Ux, Uy, T, Smax, Smin e etc) foram selecionados dentre estes 5 resultados considerados mais significativos, sendo os cinco:

T	– temperatura nodal
Uy	– deslocamento nodal vertical
Epy	– deformações verticais nos pontos de gauss
Smax	– Tensão principal máxima nos pontos de gauss
Smin	– Tensão principal mínima nos pontos de gauss

Ao todo 12 análises incrementais diferentes foram realizadas no pySTEC, e consequentemente, para efeito de comparação de resultados, as mesmas 12 análises também foram realizadas via ABAQUS ®. Além disso, outras 12 análises foram realizadas com o pySTEC fazendo uso do cálculo estrutural linear isolado (não incremental), simulando o procedimento realizado em trabalhos anteriores.

Dessa maneira, para cada um dos 5 resultados selecionados, 6 pontos são plotados comparando a solução via ABAQUS ® - rotulada como “_ab”, a solução do

pySTEC incremental – rotulada como “_py”, e a solução do pySTEC linear isolado – rotulada como “_pyL”.

A cada um dos pontos de extração de dados foi atribuída uma cor de linha sendo que a distinção entre as análises sobre o mesmo ponto se faz por diferenças de tom da cor e traçado da linha do gráfico como descrito na (TABELA A.5).

TABELA A.5 - CÓDIGO DE CORES DAS PLOTAGENS DE RESULTADOS

Ponto	ABAQUS (_ab)		PySTEC incremental (_py)		PySTEC linear (_pyL)	
A	Azul claro	Linha cheia	Azul escuro	Tracejado e X	Azul escuro	Pontilhado
B	Rosa	Linha cheia	Vermelho	Tracejado e X	Vermelho	Pontilhado
C	Ciano	Linha cheia	Azul cobalto	Tracejado e X	Azul cobalto	Pontilhado
D	Verde água	Linha cheia	Verde água	Tracejado e X	Verde água	Pontilhado
E	Amarelo	Linha cheia	Laranja	Tracejado e X	Laranja	Pontilhado
F	Cinza	Linha cheia	Negro	Tracejado e X	Negro	Pontilhado

Seguindo o padrão de nomenclatura enunciado, ao todo, as análises de validação realizadas foram:

TABELA A.6 - ANÁLISES DE VALIDAÇÃO REALIZADAS

Bloco Único Incremental	Bloco Único Linear	3 Camadas Incremental	3 Camadas Linear	6 Camadas Incremental	6 Camadas Linear
BU-EKI-06	BU-EKL-06	3C-EKI-06	3C-EKL-06	6C-EKI-06	6C-EKL-06
BU-EVI-06	BU-EVL-06	3C-EVI-06	3C-EVL-06	6C-EVI-06	6C-EVL-06
BU-TKI-06	BU-TKL-06	3C-TKI-06	3C-TKL-06	6C-TKI-06	6C-TKL-06
BU-TVI-06	BU-TVL-06	3C-TVI-06	3C-TVL-06	6C-TVI-06	6C-TVL-06
BU-TKI-02	BU-TKL-02	3C-TKI-02	3C-TKL-02	6C-TKI-02	6C-TKL-02
BU-TVI-02	BU-TVL-02	3C-TVI-02	3C-TVL-02	6C-TVI-02	6C-TVL-02

Por simplificação somente os resultados das análises mais complexas, com variação do módulo de elasticidade e acoplamento termomecânico, serão expostos aqui. Os demais resultados podem ser encontrados em um link para download indicado no Apêndice C.

A.2 BLOCO ÚNICO

O objetivo das análises de bloco único é comprovar o funcionamento do código quanto ao efeito da variação do módulo de elasticidade e do acoplamento do efeito térmico, excetuando o efeito de sobreposição de camadas.

Processando o modelo de bloco único com as duas facetas - módulo de elasticidade variável e acoplamento do efeito térmico (Análise BU-TVI-06) – foram obtidos os seguintes resultados:

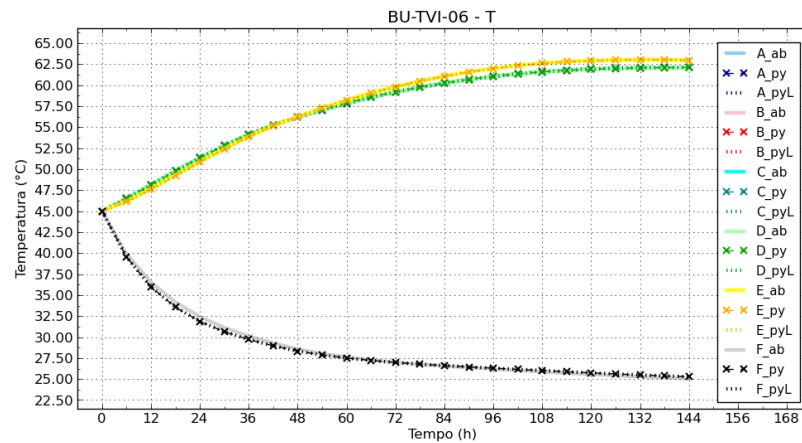


FIGURA A.3 - ANÁLISE BU-TVI(L)-06 – TEMPERATURA (T) - PONTOS A ATÉ F (RESULTADOS DOS PONTOS A,B,C E D SOBREPOSTOS)

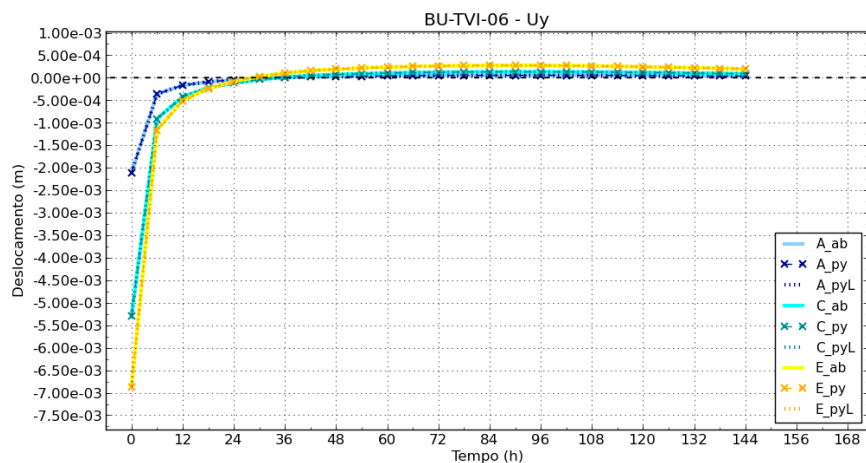


FIGURA A.4 - ANÁLISE BU-TVI(L)-06 - DESLOCAMENTO VERTICAL (UY) - PONTOS A,C E E

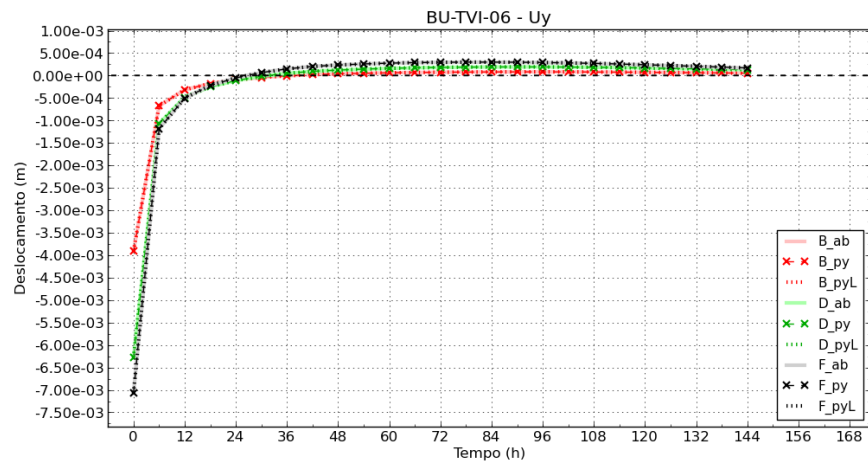


FIGURA A.5 - ANÁLISE BU-TVI(L)-06 - DESLOCAMENTO VERTICAL (UY) - PONTOS B,D E F

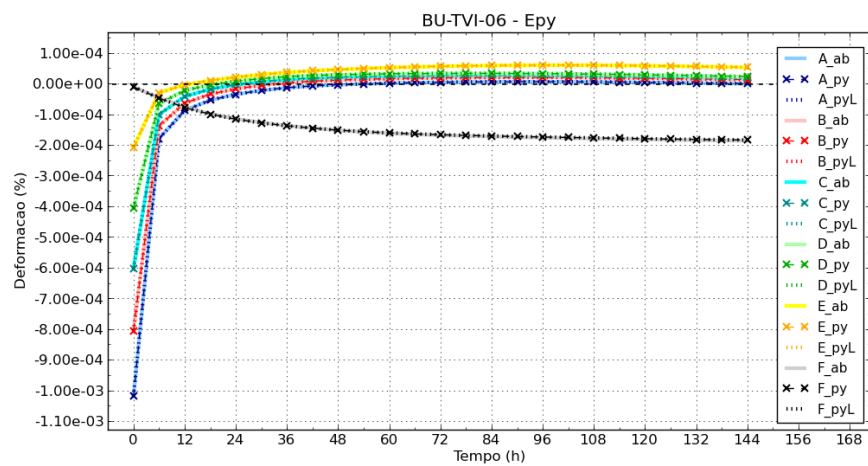


FIGURA A.6 - ANÁLISE BU-TVI(L)-06 - DEFORMAÇÃO VERTICAL (EPY) - PONTOS A ATÉ F

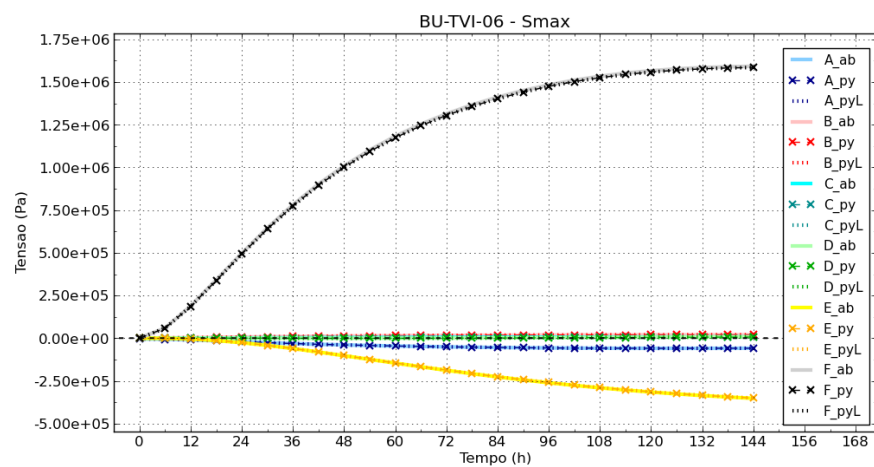


FIGURA A.7 - ANÁLISE BU-TVI(L)-06 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX) - PONTOS A ATÉ F

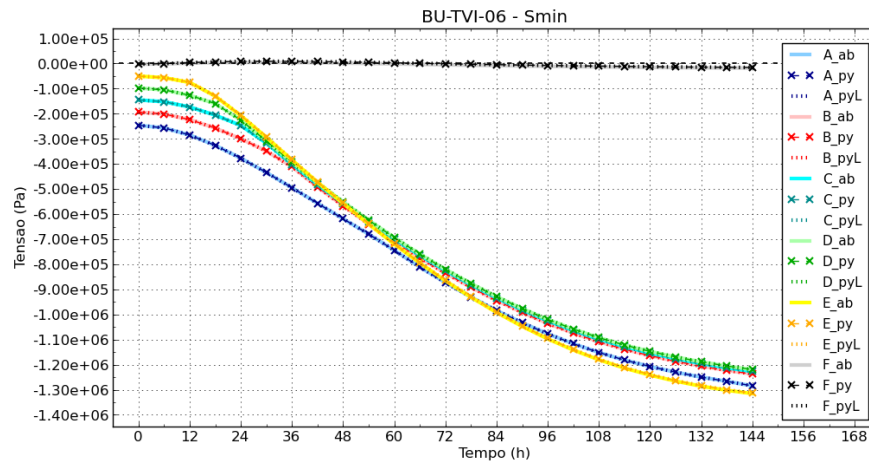


FIGURA A.8 - ANÁLISE BU-TVI(L)-06 - TENSÃO PRINCIPAL MÍNIMA (SMIN) - PONTOS A ATÉ F

Apesar da variação do módulo de elasticidade, os resultados do pySTEC mantêm-se em passo com os do ABAQUS®, do que se conclui que, para uma análise de bloco único, sob quaisquer das circunstâncias consideradas, os resultados lineares isolados e lineares incrementais se equivalem. Dado que o processo linear incremental é um pouco mais oneroso computacionalmente que o linear isolado, o segundo não tem seu uso justificado para análises que não levem em conta um processo construtivo com deposição de camadas.

A.3 TRÊS CAMADAS (3C)

As análises em 3 camadas buscam representar o efeito da deposição de camadas e contrastar a importância deste efeito tanto para o campo de temperaturas como para os campos de deslocamento, deformação e tensão.

Importante é salientar que o campo de temperaturas é bastante modificado em relação aos modelos de bloco único, o que repercute nos resultados estruturais. Todavia, a premissa da não influência dos resultados estruturais sobre o campo térmico continua válida.

O modelo de 3 camadas com módulo de elasticidade variável e acoplamento do efeito térmico (Análise 3C-TVI-06), produziu os seguintes resultados:

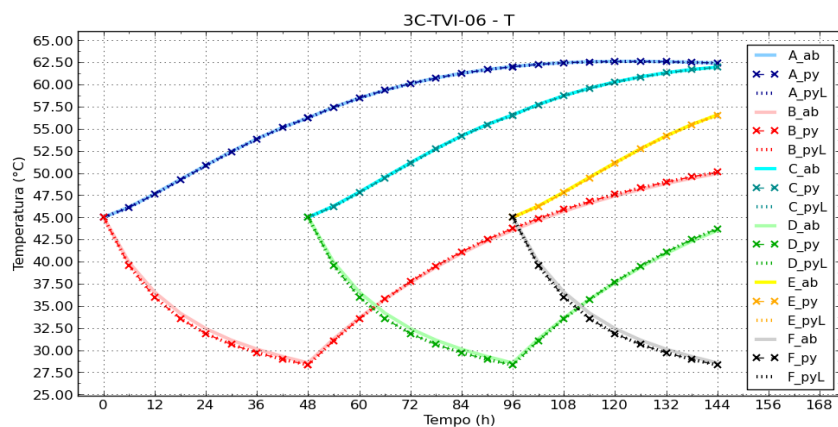


FIGURA A.9 - ANÁLISE 3C-TVI(L)-06 - TEMPERATURA (T) - PONTOS A ATÉ E

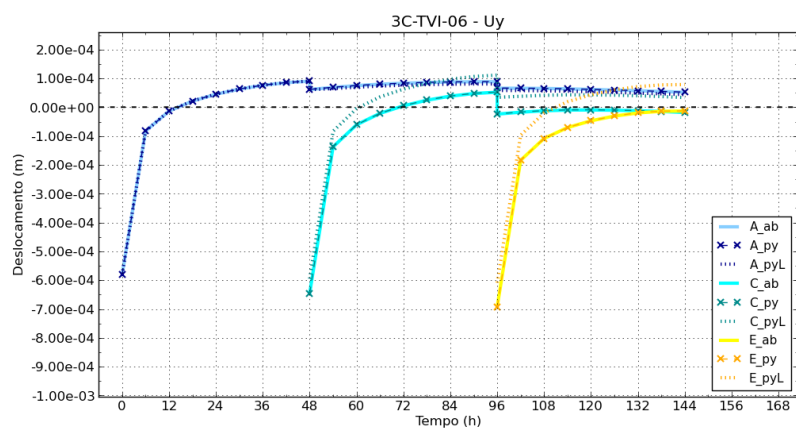


FIGURA A.10 - ANÁLISE 3C-TVI(L)-06 - DESLOCAMENTO VERTICAL (UY) - PONTOS A,C E E

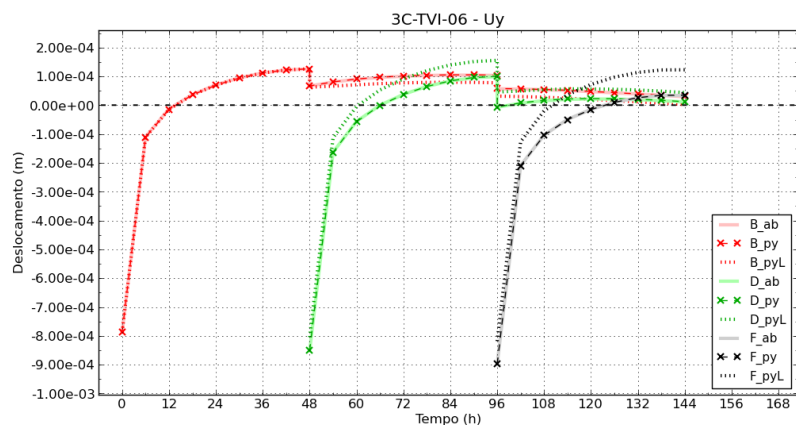


FIGURA A.11 - ANÁLISE 3C-TVI(L)-06 - DESLOCAMENTO VERTICAL (UY) - PONTOS B,D E F

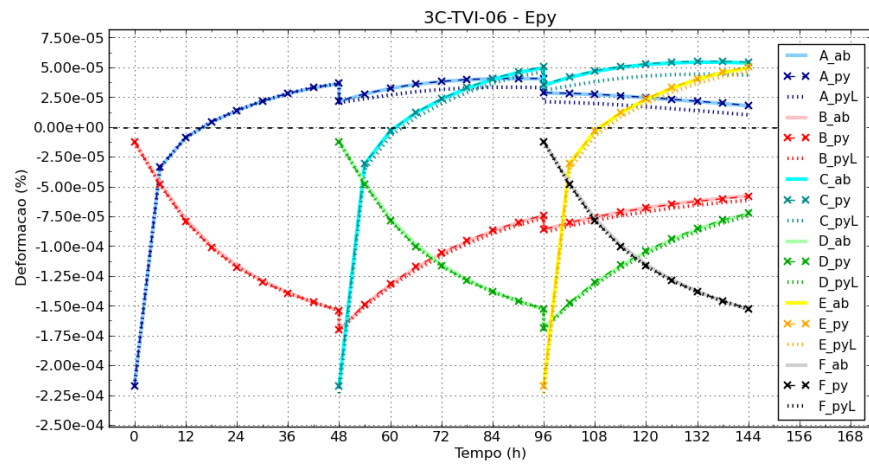


FIGURA A.12 - ANÁLISE 3C-TVI(L)-06 - DEFORMAÇÃO VERTICAL (EPY) - PONTOS A ATÉ F

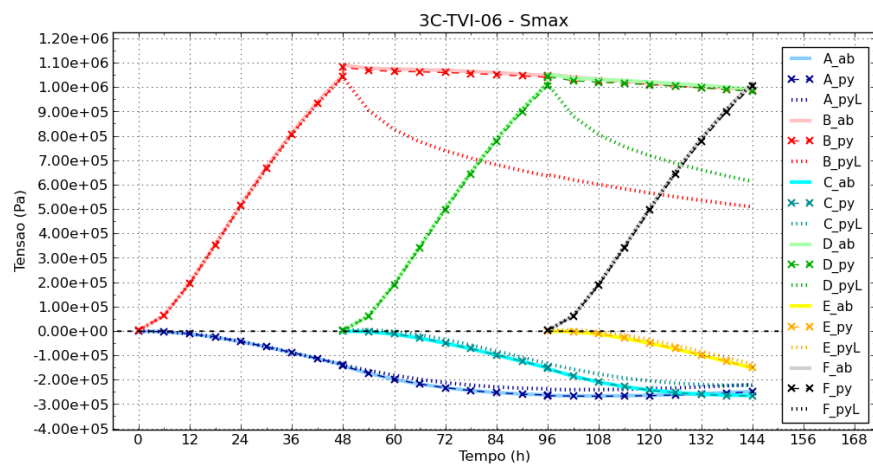


FIGURA A.13 - ANÁLISE 3C-TVI(L)-06 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX) - PONTOS A ATÉ F

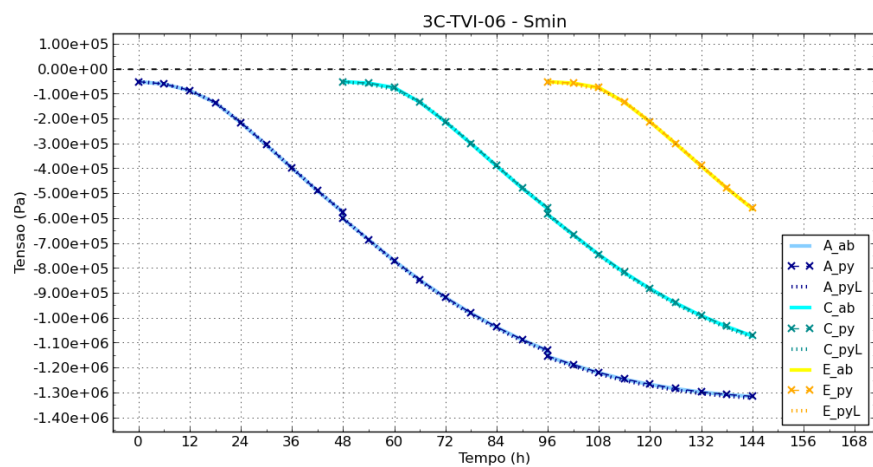


FIGURA A.14 - ANÁLISE 3C-TVI(L)-06 - TENSÃO PRINCIPAL MÍNIMA (SMIN) - PONTOS A, C E E

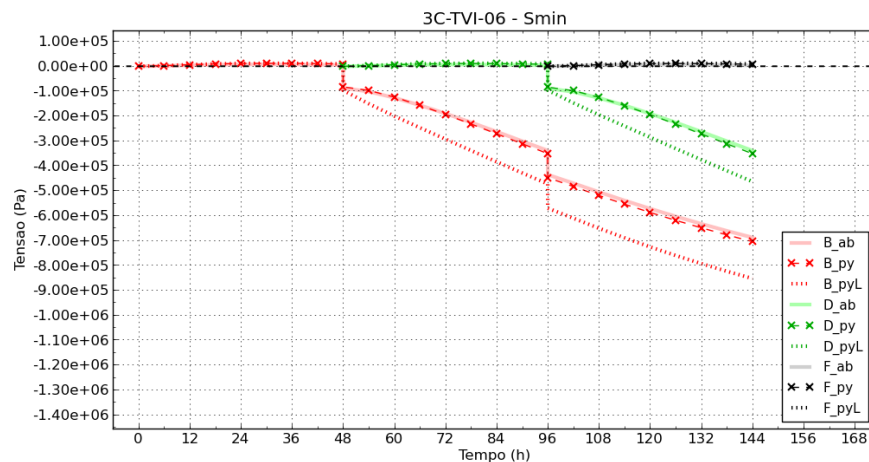


FIGURA A.15 - ANÁLISE 3C-TVI(L)-06 - TENSÃO PRINCIPAL MÍNIMA (SMIN) - PONTOS B, D E F

Considerando os resultados expostos cabe uma observação quanto aos nós situados em interfaces de camadas (B,D,E). Repare-se que para estes, a consideração do efeito incremental é preponderante pois é exatamente neles que as discrepâncias dos resultados lineares isolados são mais acentuadas. Especial atenção merece ser dada ao caso da tensão principal máxima (Smax), onde os resultados lineares não-incrementais nos pontos de interface apresentam valores muito abaixo dos calculados pelo processo incremental e pelo ABAQUS®.

Note-se que, para este tipo de análise, os resultados incrementais do pySTEC já apresentam alguma diferença mais expressiva em relação aos resultados do ABAQUS®, como é possível ver no gráfico da tensão principal mínima para o ponto "B". Neste gráfico é possível constatar algum distanciamento entre as soluções e a aparente introdução de um erro cumulativo. Em função de se observar melhor este erro é que os testes com as simulações em 6 camadas foram processados.

A.4 SEIS CAMADAS (6C)

Os resultados do modelo de 6 camadas com variação do módulo de elasticidade e acoplamento do efeito térmico (Análise 6C-TVI-06) foram:

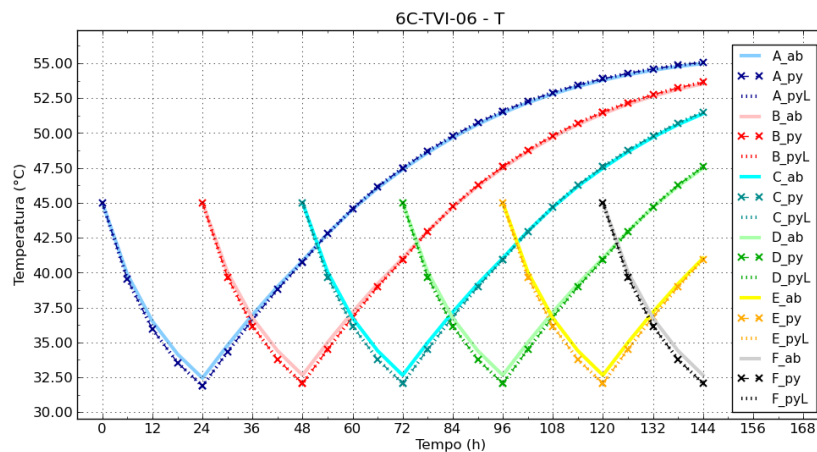


FIGURA A.16 - ANÁLISE 6C-TVI(L)-06 - TEMPERATURA (T) - PONTOS A,C E E

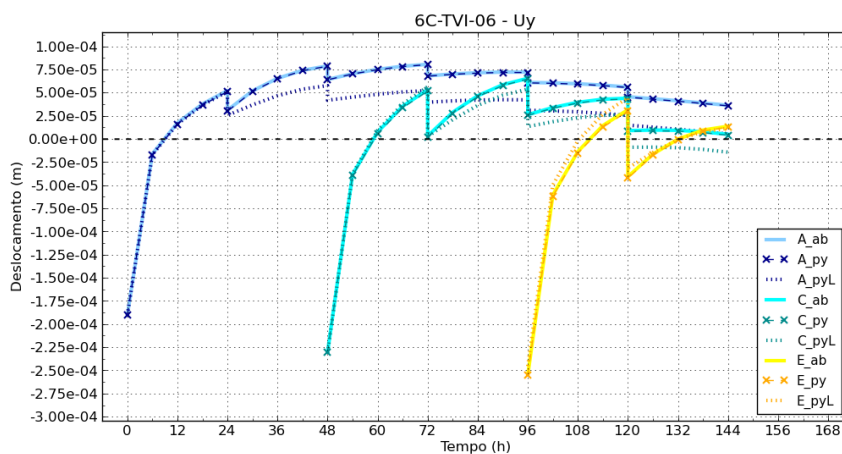


FIGURA A.17 - ANÁLISE 6C-TVI(L)-06 - DESLOCAMENTO VERTICAL (UY) - PONTOS A,C E E

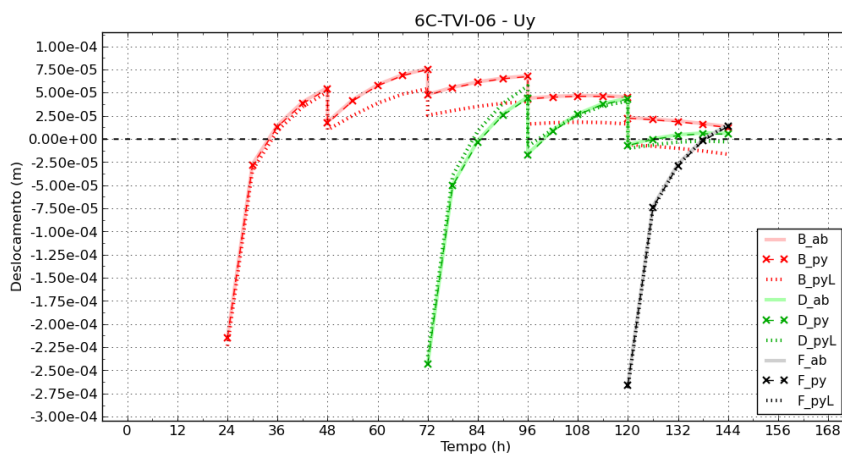


FIGURA A.18 - ANÁLISE 6C-TVI(L)-06 - DESLOCAMENTO VERTICAL (UY) - PONTOS B,D E F

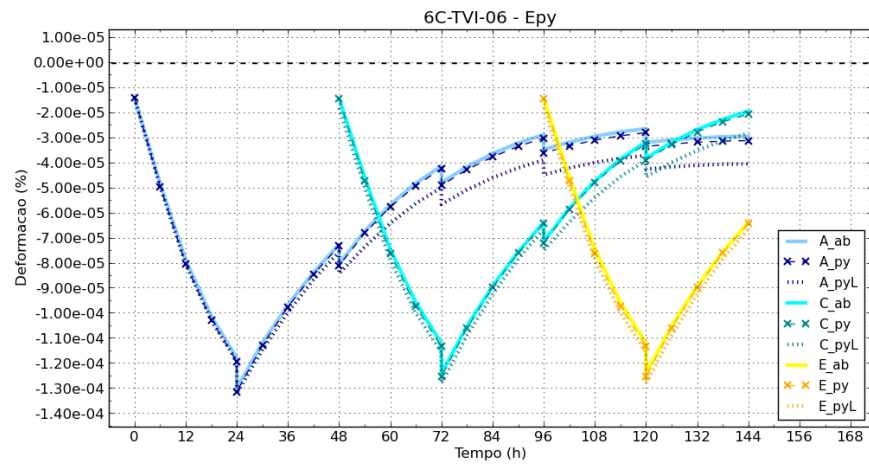


FIGURA A.19 - ANÁLISE 6C-TVI(L)-06 - DEFORMAÇÃO VERTICAL (EPY) - PONTOS A, C E E

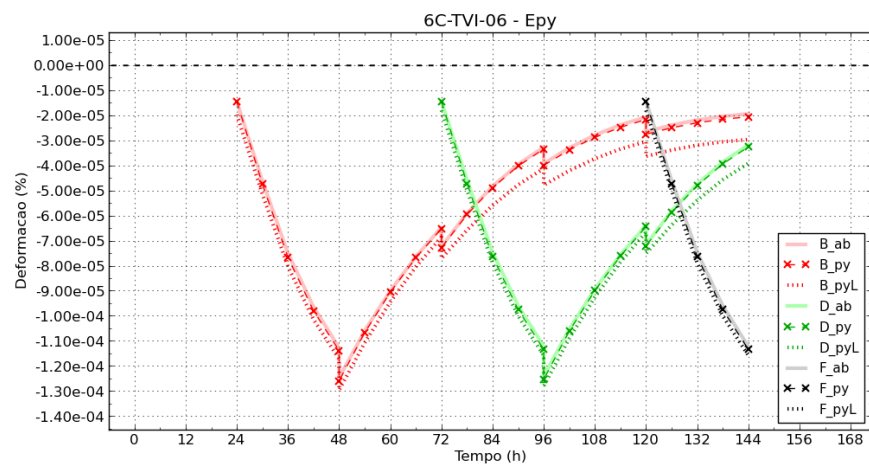


FIGURA A.20 - ANÁLISE 6C-TVI(L)-06 - DEFORMAÇÃO VERTICAL (EPY) - PONTOS B, D E F

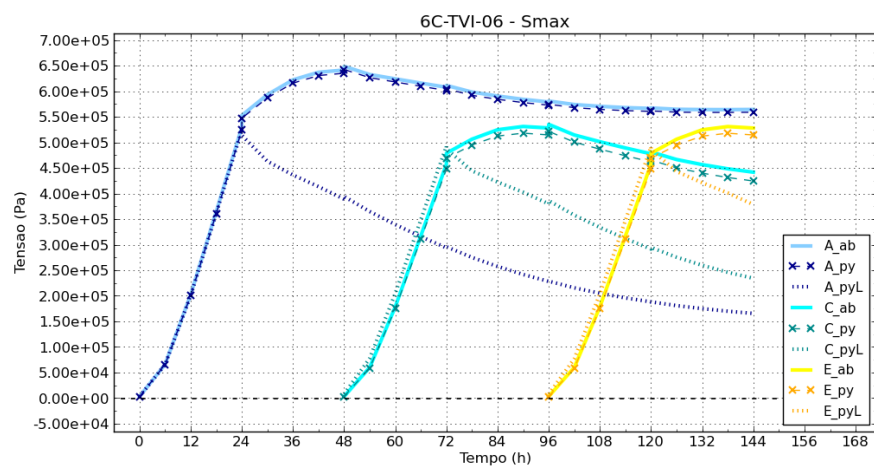


FIGURA A.21 - ANÁLISE 6C-TVI(L)-06 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX) - PONTOS A, C E E

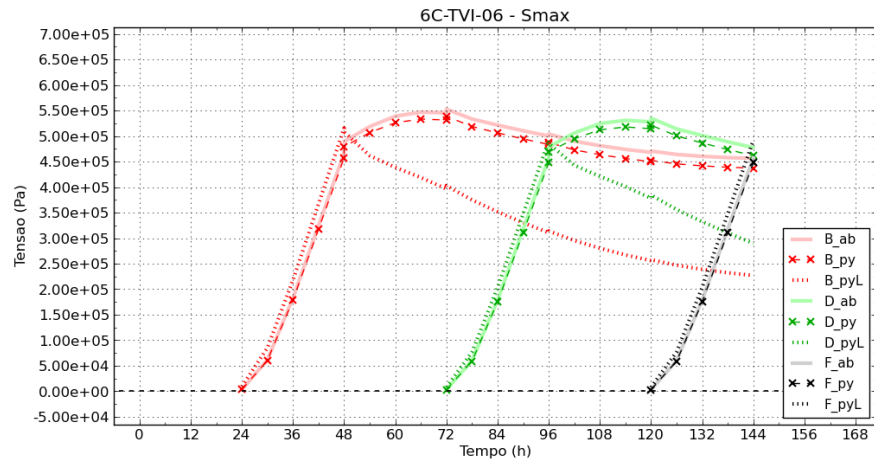


FIGURA A.22 - ANÁLISE 6C-TVI(L)-06 - TENSÃO PRINCIPAL MÁXIMA (SMAX) - PONTOS B, D E F

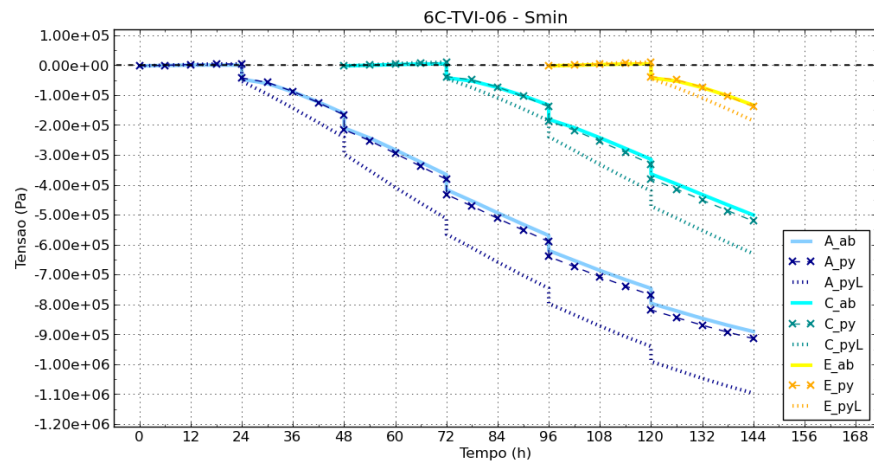


FIGURA A.23 - ANÁLISE 6C-TVI(L)-06 - TENSÃO PRINCIPAL MÍNIMA (SMIN) - PONTOS A, C E E

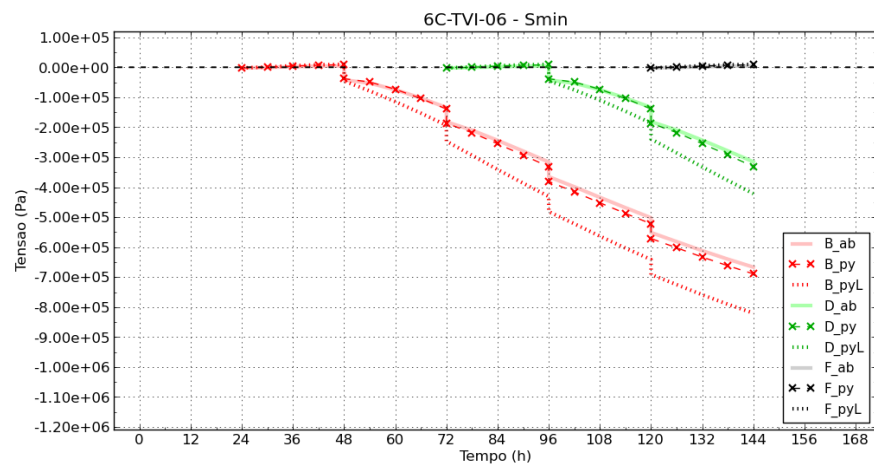


FIGURA A.24 - ANÁLISE 6C-TVI(L)-06 - TENSÃO PRINCIPAL MÍNIMA (SMIN) - PONTOS B, D E F

Observando os resultados expostos nas FIGURAS A.16 a A.24 comprova-se as conclusões atingidas na bateria de resultados anterior, e com isso, fica patente a melhor qualidade dos resultados via um processo de cálculo incremental.

Enfim, com os testes realizados, encerra-se a validação do código pySTEC, especialmente quanto a formulação incremental, concluindo ser esta capaz de obter resultados satisfatórios em relação aos obtidos via o pacote comercial ABAQUS®.

APÊNDICE B - MODELAGEM COM ABAQUS

B.1 METODOLOGIA EMPREGADA E IMPLEMENTAÇÃO COM ABAQUS – CONSIDERAÇÕES EM RELAÇÃO AO PYSTEC E ANSYS

A principal diferença entre a metodologia utilizada pelas análises do pySTEC e a metodologia empregada nos modelos gerados com o ABAQUS® está na sequência de análise.

O pySTEC utiliza o que é chamado de “análise sequencial” onde os resultados térmicos são obtidos todos de uma vez, e então, transmitidos em sequência para obtenção dos resultados estruturais. No ABAQUS foi utilizada uma “análise acoplada” onde os resultados térmicos e estruturais são obtidos em conjunto, via a solução de um sistema linear que contempla os graus de liberdade térmicos e os graus de liberdade de deslocamentos simultaneamente. A explicação de como é equacionado um sistema linear com estas características pode ser encontrada em Carter e Booker (1989), e constitui a base da formulação da análise empregada no ABAQUS®. O não uso da análise acoplada no desenvolvimento do pySTEC justifica-se pelo fato de que o acoplamento gera sistemas lineares maiores, a serem resolvidos de uma só vez, o que poderia significar complicações na solução de tais sistemas.

Uma terceira possibilidade é o que pode ser chamado de “análise sequencial intercalada” como utilizado no trabalho de Kavamura (2005). Neste caso, a cada camada lançada, define-se o campo de temperaturas, troca-se os elementos térmicos por elementos estruturais, e calcula-se o campo de deslocamentos, repetindo este processo nos lançamentos de camada posteriores até que se conclua toda a estrutura. Uma dificuldade na implementação deste tipo de análise é garantir que o ANSYS® recupere os resultados de deformações e tensões anteriores ao processar um passo de análise, o que de fato não é tão trivial. A impossibilidade de recuperação dos resultados anteriores faz com que a análise estrutural seja linear não-incremental, como se em cada passo de análise uma nova estrutura estivesse sendo analisada, o que contrasta em muito com a análise linear incremental

proposta no presente trabalho.

Uma segunda diferença, que ao final demonstrou-se não tão significativa, é que o ABAQUS emprega o algoritmo de Newton-Raphson para solução dos sistemas lineares, considerando incrementos dentro de um mesmo passo de análise. No pySTEC, cada passo de carga representa apenas um incremento único de carga (e não vários), o que gerou uma leve diferença nos resultados do campo de temperaturas, como foi constatado no APÊNDICE A, na validação do código pySTEC.

Em suma, uma esquematização da metodologia empregada por trás do script aplicado ao ABAQUS é demonstrada na (FIGURA B.1).

No Apêndice C encontra-se um link para download do script utilizado na geração das simulações no ABAQUS®, sendo que este script pode ser dividido em compartimentos, que são processados um após o outro, e que definem características específicas da análise.

Na (TABELA B.1) estão sumarizados estes compartimentos, e seguindo a numeração deles, algumas observações são feitas.

Os compartimentos de 1 até 4 constituem o pré-processamento e as explicações que constam na tabela se fazem suficientes.

O compartimento de número 5 é provavelmente um dos mais significativos pois nele todo o processo transiente da análise é definido. O que o ABAQUS ® denomina por “load-steps” pode muito bem ser compreendido como passos de análise já que não há a necessidade de alterar as cargas de um “load-step A” para se criar um “load-step B”. O load-step B pode simplesmente manter as mesmas cargas do load-step anterior servindo portanto somente como um marco de tempo onde se deseja extrair resultados.

Dessa maneira, foi possível por exemplo, reproduzir o artifício utilizado por Krüger (2001), de definir passos de tempo incrementados de 0,001 horas nos lançamentos de camadas. A intenção da autora em definir esse passo era a viabilização do processo de aplicação de temperatura inicial em seu modelo, entretanto, o ABAQUS® possibilita a aplicação de uma condição inicial em um ente geométrico que esteja desativado e considera adequadamente a aplicação desta

temperatura inicial quando o ente é ativado. Assim sendo, a utilização dos tempos de análise incrementados de 0.001 horas serviram apenas para comparação com os resultados de Krüger (2001) e não por uma necessidade de implementação (como no caso do ANSYS).

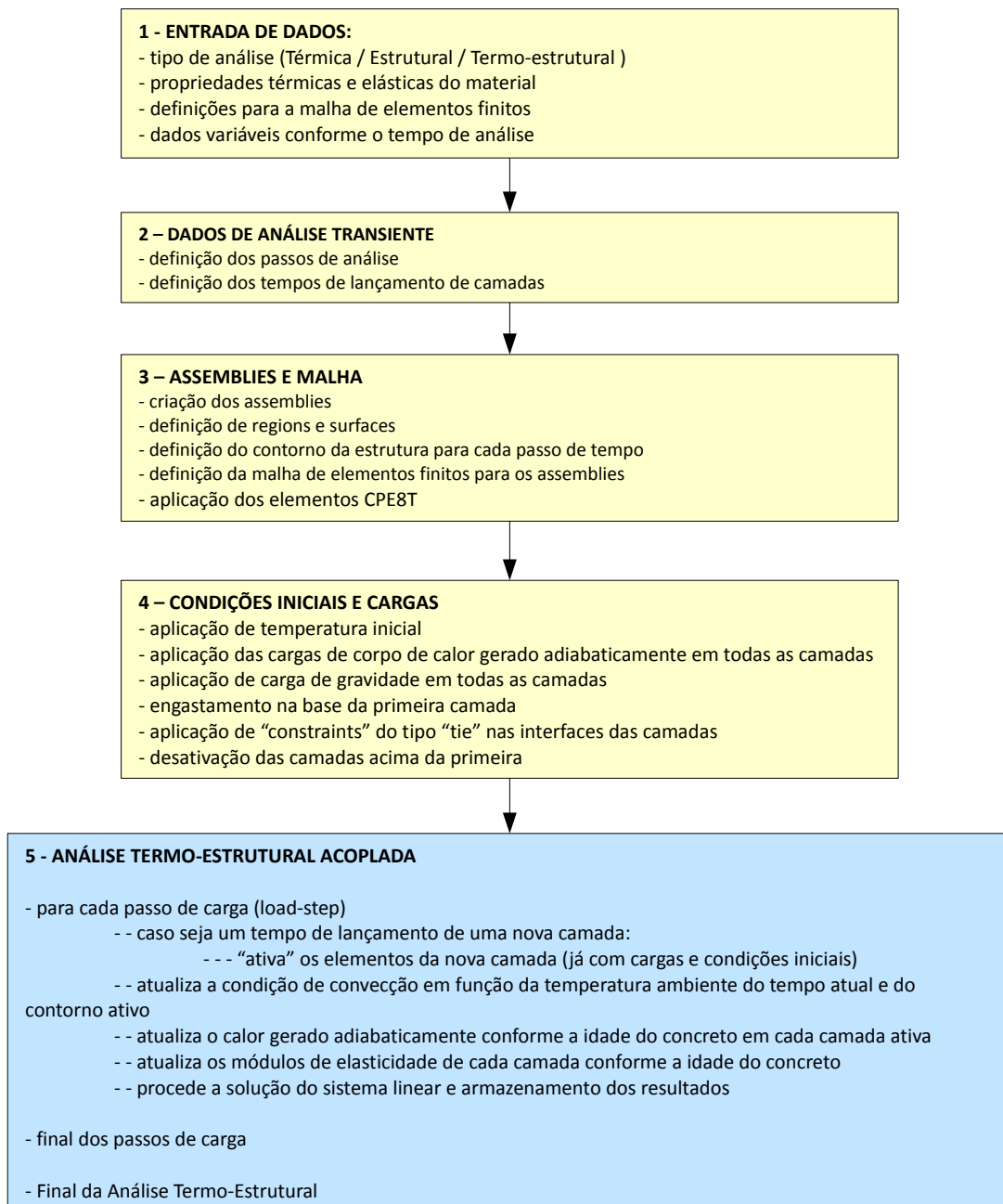


FIGURA B.1 - ESQUEMATIZAÇÃO GRÁFICA DA METODOLOGIA APLICADA NO SCRIPT ABAQUS®

TABELA B.1 - COMPARTIMENTOS DO SCRIPT PARA ABAQUS

	Compartimentos:	Ações:
1	ENTRADA DE DADOS:	<ul style="list-style-type: none"> - tipo de análise (Térmica / Estrutural / Termo-estrutural) - propriedades térmicas e elásticas do material - definições para a malha de elementos finitos - dados variáveis conforme o tempo de análise
2	FUNÇÕES	<ul style="list-style-type: none"> - função de interpolação de dados da curva de calor gerado - função de cálculo do módulo de elasticidade
3	LISTAS DE TEMPOS DA ANÁLISE E DADOS TRANSIENTES	<ul style="list-style-type: none"> - tempos da análise para nomeação dos passos (incluindo continuidade) - tempos de lançamento de camadas - temperaturas do ambiente em cada tempo de análise - temperatura de lançamento de cada camada
4	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E GEOMETRIA	<ul style="list-style-type: none"> - TABELA os módulos de elasticidades conforme unidade de horas inteiras como idades do concreto; - criação dos elementos geométricos com base em “assemblies”
5	CRIAÇÃO DOS PASSOS DE CARGA DA ANÁLISE (Load Steps)	<ul style="list-style-type: none"> - cria como objetos os passos de carga
6	CRIAÇÃO DE SURFACES E REGIONS	<ul style="list-style-type: none"> - nomeação de elementos da geometria para aplicação de cargas (surfaces e regions);
7	APLICAÇÃO DE CONDIÇÕES DE CONTORNO (BCs), CAMPOS PRÉ DEFINIDOS (PREDEFINED FIELDS), INTERAÇÕES (INTERACTIONS) E CARREGAMENTOS (LOADS)	<ul style="list-style-type: none"> - aplica engastamento na base da última camada (BCs) - aplica fluxo de calor nulo na base (LOADS) - aplica carga de gravidade em todas as camadas (LOADS) - aplica o calor gerado como força de corpo em cada camada para passo de carga conforme a idade do concreto (LOADS) - aplica temperatura inicial de cada camada (PREDEFINED FILEDS) - aplica os fluxos de convecção nas surfaces definidas como contorno da estrutura conforme a variação deste contorno em cada passo de carga (INTERACTIONS)
8	MALHA DE ELEMENTOS FINITOS	<ul style="list-style-type: none"> - malha todas as instâncias com elemento CPE8T
9	“CONSTRAINTS”	<ul style="list-style-type: none"> - aplica relações entre os nós de interfaces das “assemblies” sendo cada assembly uma camada, o que garante que a estrutura trabalhe como um todo a cada lançamento de nova camada
10	“INTERACTIONS” DE MODIFICAÇÃO DA GEOMETRIA	<ul style="list-style-type: none"> - desativação de todas as camadas e definição da reativação paulatina de cada camada a seu devido tempo, ou seja, nos devidos load-steps
11	DEFINIÇÃO DO TIPO DE RESULTADOS DESEJADOS E CRIAÇÃO DO “JOB” DA ANÁLISE	<ul style="list-style-type: none"> - especifica o cálculo dos campos de: Temperatura (NT11), Deslocamentos (U1,U2), Deformações totais (E11, E22, E12) Deformações Térmicas (ET11), Tensões (S11,S22, S33, S12, Smax, Smed, Smin) - escreve o arquivo de input relativo ao “JOB” da análise
12	REESCREVE O ARQUIVO .INP APLICANDO O MÓDULO DE ELASTICIDADE VARIÁVEL	<ul style="list-style-type: none"> - abre o arquivo de input gerado e em cada load-step aplica os módulos de elasticidade conforme a idade do concreto de cada camada - salva o arquivo de input com o mesmo nome anterior porem adicionando a palavra “_final.inp”

O compartimento 6 poderia também ser enquadrado como pré-processamento, porém, a identificação de “regions” e “surfaces”, que no caso de uma análise 2D definem-se respectivamente como a criação de grupos de áreas e linhas, somente pode ser feita após a definição da geometria e dos load-steps. Essa obrigatoriedade quanto a geometria é bastante óbvia, mas quanto aos “load-steps”, a justificativa é que para cada camada lançada ocorre a alteração da superfície de convecção da estrutura, e esta superfície é definida pelas linhas de contorno da geometria 2D que são então nomeadas como uma única “surface”. O compartimento 7 baseia-se nos “load-steps” definidos e aplica ou altera em cada um deles as devidas cargas, condições de contorno, campos predefinidos e interações. Os campos predefinidos (predefined fields) são os artifícios do programa para aplicação de condições iniciais ou obtenção e aplicação de dados vindos de análises prévias. As interações (interactions) compõe uma forma de representar qualquer modificação que o modelo geométrico sofra como também qualquer influência que ele possa receber de condições ambientais. Assim, neste compartimento, as condições de contorno de convecção são aplicadas como interações. O compartimento 8 compõe a malha de cada “assembly” da estrutura, o que dispensa comentários.

O compartimento 9 apresenta o conceito de “constraints” (restrições), que para o presente estudo resume-se as relações de contato entre as camadas lançadas. Dentre as várias possibilidades de definição desta relação foi escolhida a do tipo “Tie”, em que os graus de liberdade dos nós da base de cada camada superior são atrelados e igualados aos graus de liberdade dos nós de topo das respectivas camadas inferiores. Este processo, obviamente, limita-se à pontos comuns entre as duas geometrias (interfaces). Com esta definição, quando uma camada acima da primeira é lançada, é considerado que os nós de sua base já partem de uma posição deslocada. Esta posição deslocada é igual aos deslocamentos dos nós de topo da camada inferior a que estes estão atados (Ties). Com isso, a camada recém-lançada tem a geometria inicial de sua base deformada, o que parece ser uma consideração natural diante da hipótese de pequenas deformações. .

O compartimento 10 apresenta a outra faceta do recurso “interações”

(interactions). A partir deste recurso as camadas da estrutura são desativadas e paulatinamente reativadas em seus devidos tempos de lançamento simulando o processo construtivo.

Por fim, os últimos dois compartimentos 11 e 12 servem para escrever o arquivo de input (.inp) conforme todas as definições feitas nos compartimentos anteriores. Entretanto, após este arquivo ser escrito no compartimento 11 o compartimento 12 processa uma releitura do mesmo arquivo aplicando em cada passo de carga (load-step) conforme a idade do concreto de cada camada, a alteração do módulo de elasticidade. Isso resulta em uma cópia alterada do arquivo de input que é então renomeada com o adendo do termo “_final” ao seu nome de arquivo.

Tomando este arquivo de input renomeado com a adesão do termo “_final”, o ABAQUS® executa a análise seguindo passo a passo os comandos descritos nele. Caso a análise solicitada não considere a variação do módulo de elasticidade, e adote portanto, um módulo de elasticidade constante, a mesma cópia alterada do arquivo de input é feita, porém, aplicando-se sempre o mesmo módulo de elasticidade. Esta manipulação dos módulos de elasticidade das camadas da estrutura é feita por meio de entes de programação do ABAQUS chamados de FIELD VARIABLES. Informações quanto a esse assunto e a todos os outros temas pertinentes ao uso do ABAQUS® podem ser encontradas na documentação do software disponível na internet conforme a referência bibliográfica “Abaqus 6.9 Documentation” (2010)

Cabe comentar que o tipo de análise adotada no ABAQUS®, apesar de utilizar elementos que acoplam os efeitos térmico e estrutural em um mesmo sistema de equações, prevê uma CONFIGURAÇÃO do grau de influência de um efeito sobre o outro com a opção - solutionTechnique – adicionada a definição dos passos de carga (load-steps) da análise. De modo a tornar o processo de cálculo do ABAQUS ® o mais semelhante possível ao método de cálculo do pySTEC, adotou-se esta opção como “SEPARATED” que determina que o ABAQUS ® considere somente os efeitos do campo térmico sobre o estrutural e não ao revés.

APÊNDICE C - LINKS PARA DOWNLOAD

Tutorial de composição de arquivos de input de dados do pySTEC:

www.jjscremin.t5.com.br/pySTEC/tutorial-input-dados.rar

Tutorial de composição de arquivos de input de malha:

www.jjscremin.t5.com.br/pySTEC/tutorial-input-malha.rar

Tutorial de plotagem de resultados:

www.jjscremin.t5.com.br/pySTEC/tutorial-plotagem.rar

Tutorial de uso do módulo de estimativa de falha

www.jjscremin.t5.com.br/pySTEC/tutorial-falha.rar

Código pySTEC completo

www.jjscremin.t5.com.br/pySTEC/codigo-pySTEC.rar

Scripts das simulações ABAQUS®

www.jjscremin.t5.com.br/pySTEC/script-ABAQUS.rar

Simulações comparando resultados com ABAQUS®

www.jjscremin.t5.com.br/pySTEC/comparacao-ABAQUS.rar

Instaladores do Python para Windows 32 bits

www.jjscremin.t5.com.br/pySTEC/instalacao-Python.rar

ANEXO I - TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Transferência de calor é a transmissão de energia térmica de uma região para outra causada pela diferença de temperatura entre elas, conforme Incropera; DeWitt (2001). A temperatura é a propriedade termodinâmica que determina se um sistema está em equilíbrio térmico com outro sistema. Os dois sistemas estarão em equilíbrio térmico somente se suas temperaturas forem iguais Bejan (2004). Assim sendo, sempre que houver uma diferença de temperatura, ocorrerá uma transferência de calor. Este processo de transferência pode ocorrer de três maneiras distintas:

- por condução;
- por convecção;
- por radiação térmica;

I.1 CONDUÇÃO

Segundo Bejan (2004), condução é uma transferência de calor que não envolve massa. O calor é transferido de uma parte do corpo para outra, ou para outro corpo em contato físico com ela. A transferência é atingida via energia cinética de uma molécula para outra. Durante este processo, as moléculas se movem, porém, seus deslocamentos são imperceptíveis. Por exemplo, em sólidos, as moléculas vibram ao redor de pontos fixos, sem ocorrer transferência de massa de um ponto para outro. A condução é um fenômeno que ocorre predominantemente em sólidos. Nos fluídos seu efeito é normalmente insignificante quando comparado com a convecção. No entanto, se o movimento do fluido for restringido ou paralisado, a transferência de calor por condução acabará predominando sobre a convecção.

I.2 CONVECÇÃO

O modo de transferência de calor por convecção é composto de dois mecanismos. Além da transferência de energia devida ao movimento molecular aleatório (difusão), a energia também se transfere por intermédio do movimento global ou macroscópico do fluido. O movimento do fluido se associa com o fato de que em qualquer instante um grande número de moléculas se move de forma coletiva ou como agregados. Tal movimento, em presença de um gradiente de temperatura, contribui para a transferência de calor. Como as moléculas no agregado mantêm seu movimento aleatório, a transferência total de calor se deve então a uma sobreposição de transporte de energia pelo movimento aleatório das moléculas e pelo movimento global do fluido. É costume se fazer uso do termo “convecção” quando se faz referência a este transporte acumulado e do termo “advecção” quando se faz referência ao transporte devido ao movimento volumétrico do fluido Incropera; DeWitt (2001).

I.3 RADIAÇÃO

Segundo Lienhard; Lienhard (2011), partículas de uma substância emitem energia eletromagnética na faixa dos infravermelhos. Esta energia radiante transfere calor a partir da substância. Este processo ocorre em todas as temperaturas acima do zero absoluto – quão maior for a temperatura maior será a taxa de transmissão de calor. Ao mesmo tempo que um corpo emite radiação térmica, ele também absorve e reflete o mesmo tipo de radiação emitido por outros corpos em sua vizinhança. Quando a taxa de emissão se iguala a taxa de absorção, a taxa de transferência de calor por radiação é zero pois o corpo não está ganhando e nem perdendo calor.

I.4 EQUAÇÕES GOVERNANTES

Esta seção é um resumo do conteúdo encontrado em Incropera; DeWitt (2001), Özişik (1985) e Lienhard; Lienhard (2011).

I.4.1 Equação (Lei) de Fourier

A equação que governa a condução de calor em um meio contínuo foi proposta pelo matemático e físico francês Jean Baptiste Joseph Fourier em 1822 e estabelece que o fluxo de calor através de um material é proporcional ao gradiente negativo de temperatura. Esta lei é de caráter fenomenológico, ou seja, desenvolvida mais a partir de fenômenos observados do que derivada de princípio básicos.

De forma simplificada, para uma dimensão, a expressão do fluxo de calor \dot{q}_x (ou taxa de transferência de calor por unidade de comprimento linear) é :

$$\dot{q}_x = \frac{\dot{Q}_x}{A} = -k \frac{dT}{dx} \quad (I.1)$$

onde :

- \dot{q}_x - fluxo de calor orientado ao longo do eixo x (W/m²);
- \dot{Q}_x - taxa de transferência de calor orientada ao longo do eixo x (W);
- A - área da seção transversal (m²);
- k - condutividade térmica;

Vale a pena salientar que o sinal de menos se faz necessário devido ao fato de que o calor sempre se transfere no sentido do decréscimo de temperatura.

A lei de Fourier, descrita na Equação I.1, demonstra que o fluxo de calor é uma quantidade direcional. Particularmente a direção de \dot{q}_x é normal à área A da seção transversal. De forma mais geral, a direção do fluxo de calor sempre será normal a uma superfície de temperatura constante denominada superfície isotérmica. Aceitando o fato de que o fluxo de calor é uma grandeza vetorial é possível descrever a equação de uma maneira mais geral como segue abaixo:

$$\dot{q} = -k \nabla T = -k \left(\frac{dT}{dx} \hat{i} + \frac{dT}{dy} \hat{j} + \frac{dT}{dz} \hat{k} \right) \quad (1.2)$$

I.4.2 Equação da Difusão de Calor

De posse da equação (1.2) é possível deduzir a equação da difusão de calor, tomando-se um paralelepípedo infinitesimal retirado de dentro de um volume do contínuo Ω com seus lados dx , dy e dz devidamente orientados segundo um sistema de eixos cartesianos ortogonais. Este paralelepípedo infinitesimal servirá como um volume de controle diferencial e o propósito final dele é a aplicação do princípio de conservação de energia via o emprego das equações de fluxo apropriadas. Imagina-se então que há gradientes de temperatura no entorno deste paralelepípedo infinitesimal, e que portanto, ocorre condução de calor através de cada uma das faces dele.

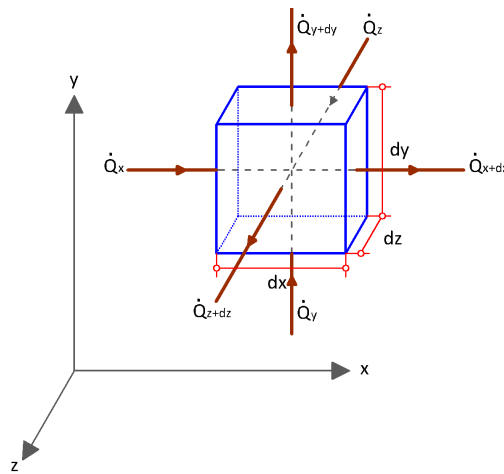


FIGURA I.1 - PARALELEPÍPEDO INFINITESIMAL: REPRESENTAÇÃO DO BALANÇO DE ENERGIA TÉRMICA

As taxas de condução de calor perpendiculares a cada uma das faces de controle do paralelepípedo são alinhadas com os eixos cartesianos adotados e são portanto denominadas por \dot{Q}_x , \dot{Q}_y e \dot{Q}_z . As taxas de condução nas faces opostas as faces de entrada podem ser expressas em expansões de séries de Taylor e negligenciando-se os termos de ordem superior chega-se ao conjunto de equações:

$$\dot{Q}_{x+dx} = \dot{Q}_x + \frac{\partial \dot{Q}_x}{\partial x} dx \quad (1.3)$$

$$\dot{Q}_{y+dy} = \dot{Q}_y + \frac{\partial \dot{Q}_y}{\partial y} dy \quad (1.4)$$

$$\dot{Q}_{z+dz} = \dot{Q}_z + \frac{\partial \dot{Q}_z}{\partial z} dz \quad (1.5)$$

De forma simples, as equações de (1.3) a (1.5) representam a relação de entrada e saída de calor do volume de controle. Por exemplo, a componente x da taxa de transferência de calor no ponto $x+dx$ (após atravessar o volume de controle) é igual ao valor da componente antes da entrada no volume (posição x) acrescida de uma variação desta na direção x multiplicada pela diferencial dx .

Dentro do volume infinitesimal analisado, extraído de dentro do contínuo Ω , pode ocorrer a existência de uma fonte de energia associada com a taxa de geração de energia térmica \dot{Q}_{gerado} . Este termo é representado como:

$$\dot{Q}_{gerado} = \dot{Q}_g dx dy dz \quad (1.6)$$

Onde \dot{Q}_g é taxa de geração de energia térmica por unidade de volume dentro do meio contínuo, mais especificamente, dentro do paralelepípedo (volume) de controle, que é mensurada em (W/m^3) . Além disso, pode ocorrer mudanças na quantidade de energia térmica armazenada pelo material (e dentro do volume de controle). Se o material não estiver passando por uma mudança de fase, os efeitos da energia latente não são pertinentes e o acúmulo de energia $\dot{Q}_{armazenado}$ pode ser expresso como:

$$\dot{Q}_{armazenado} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (1.7)$$

Onde “ ρ ” é a massa específica (muitas vezes confundida com o conceito relativo de densidade) do meio contínuo e “ c ” é o calor específico do material que compõe o corpo.

Retrabalhando as equações (1.3) a (1.5) é possível rescrevê-las correlacionando “taxas de transferência de calor” com “fluxo de calor” e aplicando também a correlação com a “Lei de Fourier” como nas equações abaixo:

$$\dot{Q}_x = \dot{q}_x dy dz = -k \frac{\partial T}{\partial x} dy dz \quad (1.8)$$

$$\dot{Q}_y = \dot{q}_y dx dz = -k \frac{\partial T}{\partial y} dx dz \quad (1.9)$$

$$\dot{Q}_z = \dot{q}_z dx dy = -k \frac{\partial T}{\partial z} dx dy \quad (1.10)$$

Substituindo (1.8), (1.9) e (1.10) respectivamente em (1.3), (1.4) e (1.5), obtém-se:

$$\dot{Q}_{x+dx} = \dot{q}_x dy dz + \frac{\partial \dot{Q}_x}{\partial x} dx = \left(-k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dy dz + \frac{\partial}{\partial x} \left(-k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz \quad (1.11)$$

$$\dot{Q}_{y+dy} = \dot{q}_y dx dz + \frac{\partial \dot{Q}_y}{\partial y} dy = \left(-k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dz + \frac{\partial}{\partial y} \left(-k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy dz \quad (1.12)$$

$$\dot{Q}_{z+dz} = \dot{q}_z dx dy + \frac{\partial \dot{Q}_z}{\partial z} dz = \left(-k \frac{\partial T}{\partial z} \right) dx dy + \frac{\partial}{\partial z} \left(-k \frac{\partial T}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (1.13)$$

Pelo Princípio da Conservação de Energia, o calor que entra no volume adicionado ao calor gerado internamente e subtraído do calor que sai do volume, necessariamente, tem que ser igual a variação do calor no elemento. Assim sendo, associando-se as equações anteriores desenvolve-se o raciocínio exposto nas equações a seguir:

$$\dot{Q}_{entrada} = (\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z) = -k \frac{\partial T}{\partial x} dy dz - k \frac{\partial T}{\partial y} dx dz - k \frac{\partial T}{\partial z} dx dy \quad (1.14)$$

$$\dot{Q}_{gerado} = \dot{Q}_g dx dy dz \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{saída} = (\dot{Q}_{x+dx} + \dot{Q}_{y+dy} + \dot{Q}_{z+dz}) = & \left(-k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dy dz + \frac{\partial}{\partial x} \left(-k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz + \\ & \left(-k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dz + \frac{\partial}{\partial y} \left(-k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy dz + \left(-k \frac{\partial T}{\partial z} \right) dx dy + \frac{\partial}{\partial z} \left(-k \frac{\partial T}{\partial z} \right) dx dy dz \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$\dot{Q}_{armazenado} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (1.17)$$

$$\dot{Q}_{entrada} + \dot{Q}_{gerado} - \dot{Q}_{saída} = \dot{Q}_{armazenado} \quad (1.18)$$

$$(\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z) + \dot{Q}_g dx dy dz - (\dot{Q}_{x+dx} + \dot{Q}_{y+dy} + \dot{Q}_{z+dz}) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (1.19)$$

Substituindo na Equação (I.19) a formulação final de cada uma das equações de (I.14) até (I.17) e dividindo-se os dois lados da equação resultante pelas diferenças $dx dy dz$ obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q}_g = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{I.20})$$

Considerando-se a difusividade térmica como sendo:

$$\alpha_T = \frac{k}{\rho c} \quad (\text{I.21})$$

é possível escrever a equação do fluxo de calor para materiais com condutividade k e massa e calor específico constantes ρc como:

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{Q}_g}{k} = \frac{1}{\alpha_T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{I.22})$$

Onde ∇^2 é o operador laplaciano definido conforme abaixo:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla \cdot \nabla() \quad (\text{I.23})$$

I.4.3 Aplicação de Condições de Contorno e Condições Iniciais

Tomando-se um volume Ω do contínuo, limitado por uma superfície de contorno Γ , procede-se o equacionamento das condições de contorno a serem aplicadas na equação diferencial definida em (I.22).

Mais uma vez, vale salientar a subdivisão do contorno Γ em duas regiões distintas:

Γ_u – para temperaturas prescritas;

Γ_f - onde os fluxos de calor são descritos;

Sendo válidas portanto as afirmações $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_f$ e $\Gamma_u \cap \Gamma_f = \emptyset$

Em Γ_u a aplicação de temperaturas prescritas, é chamada de condição de contorno de Dirichlet, isto é:

$$T(x, y, z, t) = f_{Tu}(x, y, z, t) \quad (\text{I.24})$$

sendo f_{Tu} uma função conhecida que represente os valores de temperatura a serem aplicados em função do tempo.

Já para a região Γ_f a aplicação de fluxos prescritos, é chamada de condição

de contorno de Neumann, e para este caso as duas formas possíveis de fluxo superficial são consideradas e equacionadas, a saber: fluxo convectivo e fluxo radiativo.

O fluxo convectivo entre a superfície do corpo e o meio ambiente depende da diferença de temperatura entre estes dois e pode ser expresso pela Lei de Convecção de Newton que considera a transferência de calor com valor positivo quando a superfície do corpo ganha calor:

$$\dot{q}_c = h_c(T_\infty - T_s) \quad (1.25)$$

Onde:

\dot{q}_c	- fluxo de calor convectivo (W/m ²);
h_c	- coeficiente de filme;
T_{sup}	- temperatura da superfície do corpo;
T_∞	- temperatura do fluido que envolve o corpo;

O coeficiente convectivo, ou coeficiente de filme, depende das características intrínsecas do material que compõe o corpo como também da velocidade do fluido que o circunda.

Por sua vez, o fluxo de calor radiativo é equacionado da seguinte forma:

$$\dot{q}_r = \varepsilon_r \sigma_B (T_R^4 - T_{\text{sup}}^4) \quad (1.26)$$

Onde:

\dot{q}_r	- fluxo de calor radiativo (W/m ²);
ε_r	- emissividade da superfície;
T_{sup}	- temperatura da superfície do corpo;
T_R	- temperatura da fonte radiativa;
σ_B	- constante de Stefan Boltzmann (5,67 x 10 ⁻⁸ W/m ² .K ⁴);

No presente trabalho os efeitos da radiação solar, ou seja, da radiação térmica sobre o corpo das barragens são negligenciados, e portanto, maior aprofundamento no tema da radiação térmica se faz desnecessário.

ANEXO II - TERMOELASTICIDADE

Segundo Sadd (2009), a relação entre a deformação e a energia térmica de um material elástico foi documentada pela primeira vez em 1805 por J. Gouh, tendo sido publicado por Lord Kelvin o primeiro tratamento teórico do efeito termoelástico em 1855. A aplicação prática desta teoria só teve lugar a partir de 1965 quando Belgen demonstrou que o efeito termoelástico pode ser usado para a análise experimental de tensões por meio de detecção infravermelha.

A termoelasticidade aborda as questões relativas ao equilíbrio dos corpos tratando-os como sistemas termodinâmicos cujas interações com o ambiente são resultantes de forças externas e transferência de calor.

A variação de temperatura de um corpo pode ocorrer devido ao calor transmitido por um processo externo ou ainda, gerada internamente, como por exemplo, a partir de um processo de deformação. A relação entre as deformações e a temperatura pode ser estabelecida a partir das leis da termodinâmica. Como no caso da deformação de um corpo existe uma irreversibilidade devida ao gradiente de temperatura, este fenómeno, em sua forma mais precisa, deve ser estudado por intermédio da termodinâmica dos processos irreversíveis (CAMANHO 1995).

II.1 TENSÃO

Segundo Popov (1990), tensão é uma grandeza física que mensura a força média por unidade de área de uma superfície em um corpo deformável sobre a qual forças internas atuam. Pode-se afirmar que ela é a intensidade destas forças internas atuando entre partículas do corpo deformável ao longo de superfícies internas imaginárias. Estas forças internas são produzidas entre as partículas do corpo como uma reação às forças externas aplicadas. As forças externas, por sua vez, podem ser tanto “forças de contato” como “forças de corpo”. Assumindo que o corpo deformado carregado atua como um contínuo, estas forças internas são

distribuídas continuamente dentro do volume de material do corpo, ou seja, a distribuição de tensões no corpo é expressa como uma função contínua por partes no tempo e no espaço.

II.1.1 Tensor de Tensões de Cauchy

Conforme as referências Popov (1990), Mase et al. (2009) e Reddy (2006).

O estado de tensões de um ponto em um contínuo define-se com base no princípio de tensões de Cauchy, que pode ser generalizado no caso tridimensional, ou seja, considerando vetores unitários normais que representem as direções e sentidos de um sistema cartesiano ortogonal tridimensional, da forma que se segue.

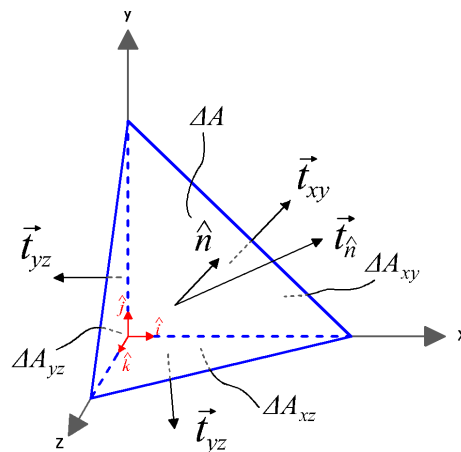


FIGURA II.1 - PORÇÃO TETRAÉDRICA DE UM CORPO EM EQUILÍBRIO SUBMETIDA A UM ESTADO DE TENSÃO

Seja uma porção tetraédrica infinitesimal de um volume V do contínuo em equilíbrio, conforme mostrado na (FIGURA II.1). Constata-se que três das faces do tetraedro estão assentes sobre os planos cartesianos xy , yz e xz e, conseqüente e respectivamente, tem como normais os vetores unitários $-\hat{k}$, $-\hat{i}$ e $-\hat{j}$. Por sua vez, o plano inclinado restante tem sua normal definida pelo vetor unitário \hat{n} . Saliente-se também que cada face do tetraedro está submetida a um vetor de tensões, sendo cada um destes nomeados com índices que representam a face em que se aplicam (\vec{t}_{xy} , \vec{t}_{yz} , \vec{t}_{xz}). Para o plano inclinado o vetor de tensões sobre ele atuante é designado

como $\vec{t}_{\hat{n}}$.

O vetor $\vec{t}_{\hat{n}}$ pode ser decomposto em uma componente normal (\vec{t}_{nn}) e uma componente tangencial (\vec{t}_{ns}) conforme esboçado na (FIGURA II.2).

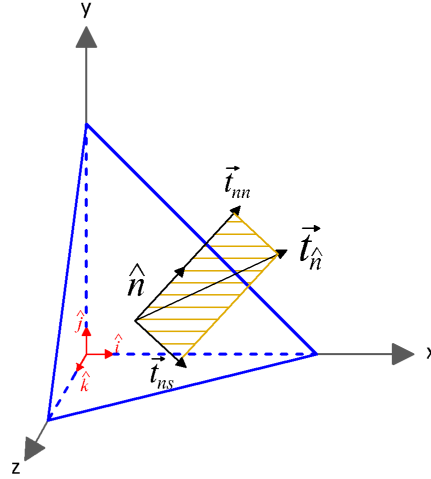


FIGURA II.2 - COMPONENTES NORMAL E TANGENCIAL DO VETOR DE TENSÕES

Do que está representado na (FIGURA II.1) e na (FIGURA II.2) é possível deduzir a seguinte relação de equilíbrio:

$$\vec{t}_{\hat{n}} \Delta A_{\hat{n}} = (\vec{n} \cdot \hat{k}) \vec{t}_x \Delta A_{\hat{n}} + (\vec{n} \cdot \hat{i}) \vec{t}_y \Delta A_{\hat{n}} + (\vec{n} \cdot \hat{j}) \vec{t}_z \Delta A_{\hat{n}} + \frac{1}{3} \rho \vec{a} \Delta h \Delta A_{\hat{n}} \quad (II.1)$$

sendo o último termo do segundo membro uma forma de calcular o volume do tetraedro tomando a área do plano inclinado como base, e encontrando Δh como a distância da origem do sistema cartesiano até o ortocentro da área do plano inclinado.

Dividindo toda a expressão da Equação (II.1) por $\Delta A_{\hat{n}}$, e fazendo com que o tetraedro contraia de modo que $\Delta h \rightarrow 0$ temos:

$$\vec{t}_{\hat{n}} = (\vec{n} \cdot \hat{k}) \vec{t}_x + (\vec{n} \cdot \hat{i}) \vec{t}_y + (\vec{n} \cdot \hat{j}) \vec{t}_z \quad (II.2)$$

e conseqüentemente:

$$\vec{t}_{\hat{n}} = \vec{n} \cdot (\hat{k} \vec{t}_{xy} + \hat{i} \vec{t}_{yz} + \hat{j} \vec{t}_{xz}) \quad (II.3)$$

Os termos entre parêntese na equação (II.3) são produtos diádicos que expandidos podem ser representados como:

$$\left(\hat{k} \vec{t}_x + \hat{i} \vec{t}_y + \hat{j} \vec{t}_z \right) = \begin{bmatrix} t_{xx} & t_{yx} & t_{zx} \\ t_{xy} & t_{yy} & t_{zy} \\ t_{xz} & t_{yz} & t_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{zy} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (II.4)$$

Na Equação (II.4) está expresso o chamado “Tensor de Tensões de Cauchy” para um material isotrópico, cuja forma matricial no presente trabalho é simbolizada por $[\sigma]$, e que é uma propriedade do meio e portanto é independente de \vec{n} . Assim sendo, a partir da Equação (II.3) tem-se:

$$\vec{t}_{\hat{n}}(\hat{n}) = \hat{n} \cdot [\sigma] = [\sigma]^T \cdot \hat{n} \quad (II.5)$$

Nomeando as componentes do vetor de tensões \vec{t} tem-se:

$$\vec{t}_{\hat{n}}^T = [t_{nx}, t_{ny}, t_{nz}] \quad (II.6)$$

Por fim, a Equação (II.5) pode ser escrita na forma matricial como:

$$\begin{Bmatrix} t_{nx} \\ t_{ny} \\ t_{nz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{zy} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \quad (II.7)$$

Como ilustração as componentes do tensor de tensão equacionado tem sua posição representada na (FIGURA II.3).

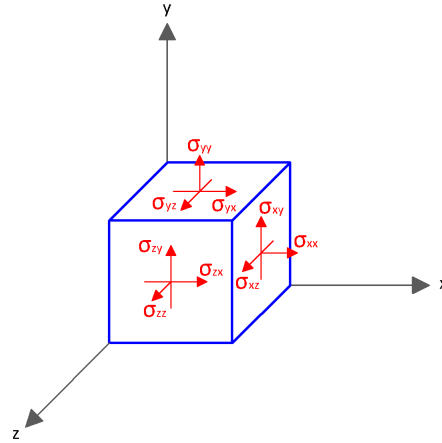


FIGURA II.3 - COMPONENTES CARTESIANAS DO TENSOR DE TENSÕES DE CAUCHY EXPRESSAS EM SEUS SENTIDOS POSITIVOS

II.2 DEFORMAÇÃO

Conforme Kovalenko et al. (1969), Mase et al. (2009) e Dill (2007), na Mecânica do Contínuo a deformação é a medida do deslocamento relativo que

ocorre na transformação de um corpo que parte de uma configuração de referência (indeformado) até a sua configuração atual (deformado). Por configuração, entenda-se um arranjo de dados que contém as posições de todas as partículas do corpo. Um campo de deformação é portanto uma mensuração adimensional das proporções em que as partículas constituintes de um corpo se deslocaram de sua posição original segundo a referência a um sistema de eixos.

II.2.1 Definição Matemática de Deformação

Segundo Popov (1990), como as deformações geralmente variam de ponto para ponto em um contínuo, uma definição de deformação deve relacionar-se a um elemento infinitesimal. Com isso em mente, considera-se uma deformação linear ocorrendo numa direção, como mostra a (FIGURA II.4a). Alguns pontos como o A e B movem-se para A' e B' respectivamente.

Durante a deformação, o ponto A sofre um deslocamento u_x . O deslocamento do ponto B é $u_x + \Delta u_x$ porque além de u_x , que representa o deslocamento de corpo rígido, se faz necessário o acréscimo de uma parcela que represente a deformação do corpo ao longo do eixo x (Δu_x). Assim, a definição de deformação linear é :

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (II.8)$$

Se um ponto sofre deformação em direções ortogonais, como é mostrado na II.4 (b) para o caso bidimensional, as deformações decorrentes devem ser diferenciadas por meio de índices. Pela mesma razão, é necessário mudar as derivadas ordinárias para parciais. Dessa forma, se em um ponto do corpo, u_x , u_y e u_z forem as componentes de deslocamento em relação aos eixos cartesianos ortogonais x , y e z respectivamente, as definições básicas de deformação linear ficam sendo:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial u}{\partial y}; \quad \epsilon_{zz} = \frac{\partial u}{\partial z}; \quad (II.9)$$

A utilização de índices duplos serve para manter coerência com a definição do tensor de tensões de Cauchy previamente feita, onde o primeiro índice indica de fato a direção do elemento linear e o segundo a direção do deslocamento.

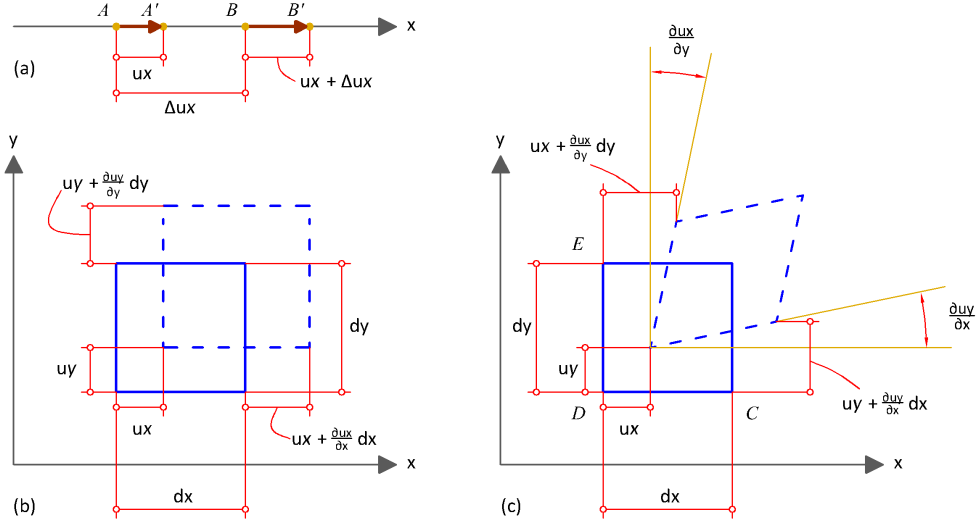


FIGURA II.4 - ELEMENTOS INFINITESIMAIS: ESBOÇO PARA EQUACIONAMENTO DA DEFORMAÇÃO DE ENGENHARIA

Em acréscimo à deformação linear, um elemento pode também sofrer uma deformação angular, como é mostrado no plano xy da (FIGURA II.4 c). Essa distorção inclina os lados do elemento deformado em relação aos eixos x e y. Como u_y é o deslocamento na direção do eixo y, a derivada parcial $\partial u_y / \partial x$ representa por aproximação a inclinação do lado inicialmente horizontal do elemento infinitesimal. Como consequência, o ângulo inicialmente reto CDE sofre uma redução de $\partial u_y / \partial x + \partial u_x / \partial y$. Assim, para pequenas mudanças de ângulo, a definição de deformação angular associada com as coordenadas xy é:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (II.10)$$

Para se chegar a esta equação, admite-se que tangentes de pequenos ângulos sejam iguais aos ângulos em si, medidos em radianos. O sinal positivo para a deformação angular se aplica quando um elemento é deformado como na (FIGURA II.4 c).

As definições de deformações angulares para os planos xz e yz são semelhantes à do plano xy e ficam:

$$\gamma_{xz} = \gamma_{zy} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}; \quad \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z}; \quad (\text{II.11})$$

II.2.2 Tensor de Deformações

Ainda segundo Popov (1990), as deformações linear e angular, definidas anteriormente, exprimem o tensor de deformações, que é bastante análogo ao tensor de tensões previamente discutido. Entretanto, é necessário modificar as relações para as deformações angulares a fim de se ter um tensor, uma entidade que deve obedecer a certas leis de transformação. Fisicamente, então, definir a deformação angular como a mudança do ângulo γ não é aceitável quando essa deformação angular é componente de um tensor. Isso pode heurísticamente ser atribuído ao seguinte fato: na (FIGURA II.5) (a) o γ_{xy} positivo é medido na direção vertical; o mesmo γ_{xy} é medido na direção horizontal na (FIGURA II.5b); na FIGURA II.5 (c) a mesma deformação angular é mostrada como duas parcelas de $\gamma_{xy}/2$. Os elementos deformados nas FIGURAS II.5a e II.5b podem ser obtidos pela rotação do elemento na (FIGURA II.5c), como um corpo rígido, de um ângulo de $\gamma_{xy}/2$.

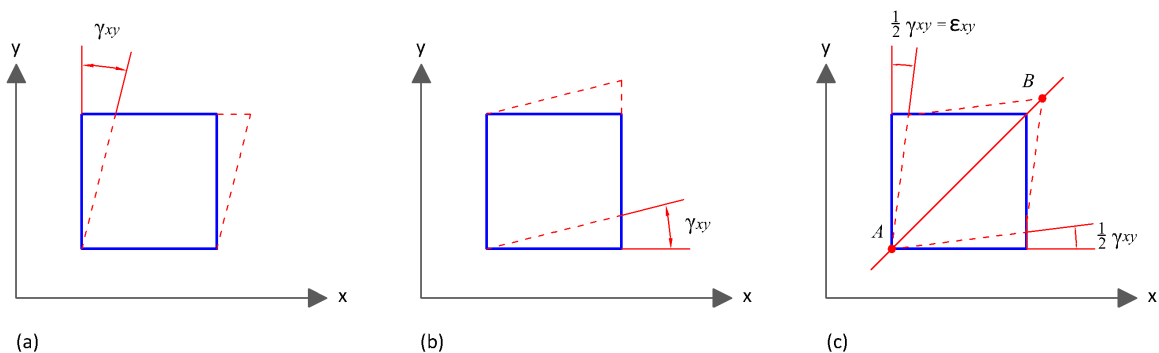


FIGURA II.5 - DEFORMAÇÕES TANGENCIAIS

O esquema mostrado na (FIGURA II.5) serve para a definição da componente de deformação angular como um elemento de um tensor. Seguindo essa sistemática, as deformações angulares são redefinidas como:

$$\begin{aligned}\epsilon_{xy} &= \epsilon_{yx} = \frac{\gamma_{xy}}{2} = \frac{\gamma_{yx}}{2} \\ \epsilon_{yz} &= \epsilon_{zy} = \frac{\gamma_{yz}}{2} = \frac{\gamma_{zy}}{2} \\ \epsilon_{zx} &= \epsilon_{xz} = \frac{\gamma_{zx}}{2} = \frac{\gamma_{xz}}{2}\end{aligned}\quad (II.12)$$

Dessas equações, o tensor de deformações em representação matricial pode ser montado como:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \epsilon_{yy} & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{zx}}{2} & \frac{\gamma_{zy}}{2} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}\quad (II.13)$$

II.2.3 Relação Tensão-Deformação para Materiais Isotrópicos

Em Bhatti (2005) e Gosz (2006), a relação tensão-deformação para materiais isotrópicos, considerando os efeitos da temperatura é expressa como:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{pmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ 2\epsilon_{xy} \\ 2\epsilon_{yz} \\ 2\epsilon_{xz} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \alpha \Delta T \\ \alpha \Delta T \\ \alpha \Delta T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\quad (II.14)$$

O que pode ser representado alternativamente como:

$$\{\sigma\} = [C]^{-1}(\{\epsilon\} - \alpha \{\Delta T\}) = [D](\{\epsilon\} - \{\epsilon_{th}\})\quad (II.15)$$

sendo:

- $\{\epsilon\}$ - representação vetorial do tensor de deformações isotrópico
- $[C]$ - matriz de “compliance” (conformidade) que relaciona def. com tensões
- $[D]$ - matriz de elasticidade (inverso da matriz de conformidade)
- $\{\sigma\}$ - representação vetorial do tensor de tensões isotrópico
- α - coeficiente de dilatação térmica do material
- $\{\Delta T\}$ - vetor com a variação de temperaturas considerada

II.3 SIMPLIFICAÇÕES DA TEORIA GERAL DA TERMOELASTICIDADE

Problemas elásticos bidimensionais foram os primeiros exemplos de sucesso na aplicação do método dos elementos finitos Zienkiewicz e Taylor (1994). Tal simplificação é feita por meio da consideração de apenas um plano representativo da estrutura 3D. Para tanto, duas premissas podem ser adotadas.

Estado plano de tensões: - onde se considera que as tensões ocorrem somente no plano, por exemplo o plano xy, e que portanto a tensão σ_{zz} , por imposição, é igual a zero. Para essa consideração as deformações podem ocorrer em todas as direções cartesianas com a ressalva de que a deformação ε_{zz} não é igualada a zero por imposição, mas sim, calculada e obtida em função das tensões no plano (σ_{xx}, σ_{yy})

Estado plano de deformações: - onde se considera que as deformações ocorrem somente no plano, novamente, por exemplo, o plano xy, porém agora não mais a tensão σ_{zz} e sim a deformação ε_{zz} é que, por imposição, vale zero. Para essa consideração as tensões podem ocorrer em todas as direções cartesianas, com a ressalva de que a tensão σ_{zz} é que vem a ser calculada em função das deformações no plano ($\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}$)

II.3.1 Estado Plano de Tensões

Conforme Zienkiewicz e Taylor (1994) e Bhatti (2005), para o estado plano de tensões, a Lei de Hooke generalizada pode ser simplificada de 6 para 3 equações, pelo fato de que as tensões fora do plano xy anulam-se, resultando em:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha \Delta T \\ \alpha \Delta T \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (II.16)$$

com:

$$\varepsilon_{zz} = -\nu \frac{(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})}{E} + \alpha \Delta T \quad (II.17)$$

II.3.2 Estado Plano de Deformações

Ainda conforme Zienkiewicz e Taylor (1994) e Bhatti (2005), para o estado plano de deformações, a Lei de Hooke generaliza também pode ser simplificada de 6 para 3 equações, porém, com a consideração de que a deformação ε_{zz} é nula. Isso remete ao fato de que para tal situação a tensão σ_{zz} não é mais nula e participa do equacionamento.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \left[\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} (1+\nu)\alpha\Delta T \\ (1+\nu)\alpha\Delta T \\ 0 \end{Bmatrix} \right] \quad (II.18)$$

com:

$$\sigma_{zz} = \frac{E(\nu(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) - (1+\nu)\alpha\Delta T)}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) - E(1+\nu)\alpha\Delta T \quad (II.19)$$

Saliente-se que para o presente trabalho, a modelagem de uma seção transversal do corpo de uma barragem é feita sob a consideração de um estado plano de deformações.

ANEXO III - ELEMENTOS FINITOS E DIFERENÇAS FINITAS

III.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS – DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

O método dos elementos finitos, segundo Assan (2003), consiste em transformar um sólido contínuo em uma associação de elementos discretos, escrever equações de compatibilidade e equilíbrio entre estes elementos e, fundamentalmente, admitir funções contínuas que representam, por exemplo, o campo de deslocamentos no domínio de um elemento e, a partir disso, obter o estado de deformações correspondente que associado às relações constitutivas do material, permite definir o estado de tensões em todo o elemento. Este estado de tensões é transformado em esforços internos que têm que estar em equilíbrio com as ações externas.

Essa formulação é derivada do método de Rayleigh-Ritz que se baseia na minimização da energia potencial total do sistema, escrita em função de um campo predefinido de deslocamentos (método dos deslocamentos).

III.1.1 Formulação do Método

A complexidade do modelo matemático que representa o comportamento de muitos problemas de engenharia levou ao desenvolvimento de métodos aproximados para sua solução, podendo-se destacar dois tipos de métodos: os variacionais e os dos resíduos ponderados.

Dentre os primeiros podem ser citados os métodos de Kantorovich, de Trefftz e de Rayleigh-Ritz. Os segundos compreendem os métodos dos mínimos quadrados, da colocação, dos subdomínios e de Galerkin. Os métodos de Rayleigh-Ritz e de Galerkin são os mais conhecidos e deles originou-se o método dos elementos finitos.

III.1.1.1 Método de Rayleigh-Ritz

O método de Rayleigh-Ritz pressupõe a existência de um funcional que modela o fenômeno físico. Entenda-se por funcional uma função de funções, ou ainda, uma função que tem como argumentos de entrada um vetor e retorna como valores de saída um escalar. Comumente o espaço de vetores é um espaço de funções, e assim, o funcional recebe como argumento uma função propriamente dita. O uso de funcionais origina-se do “cálculo variacional” onde a proposta sempre é – encontrar uma função que minimize um determinado funcional. Isso é bastante análogo a busca de máximos e mínimos em funções simples como é feito no cálculo diferencial, onde processos de otimização são definidos em função destes extremos das funções. Pelo mesmo princípio, o que se busca com a aplicação de funcionais à modelagem de fenômenos físicos em particular é a busca de um estado do sistema analisado que minimize o funcional de energia que o equaciona (ASSAN 2003).

Tendo em mente este tipo de problema, o método de Rayleigh-Ritz opera da maneira que se segue. Suponha-se que se queira encontrar a função $v(x)$ que minimiza o funcional :

$$Y = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y') dx \quad (\text{III.1})$$

Com as condições de contorno $y(x_1) = y(x_2) = 0$.

O método determina que a solução pode ser obtida considerando que a função $v(x)$ pode ser escrita como uma combinação linear de funções $\varphi_i(x)$ tal que:

$$y(x) \simeq v(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_i(x) \quad (\text{III.2})$$

As funções $\varphi_i(x)$ são denominadas “funções de forma” e são linearmente independentes sendo que cada uma delas satisfaz as condições de contorno:

$$\varphi_i(x_1) = \varphi_i(x_2) = 0; \quad i=1, 2, \dots, n \quad (\text{III.3})$$

Essas funções são contínuas até a ordem $m-1$, sendo a ordem m a ordem da maior derivada do funcional.

Na Equação (III.2) os coeficientes α_i , a serem determinados, são denominados “parâmetros de deslocamento” e a função $v(x)$ é conhecida como

“função aproximadora”.

Substituindo as funções $y(x)$ por $v(x)$ no funcional e impondo a condição de estacionariedade (mínimo do funcional), tem-se:

$$\delta Y = \frac{\partial Y}{\partial a_1} \delta a_1 + \frac{\partial Y}{\partial a_2} \delta a_2 + \dots + \frac{\partial Y}{\partial a_n} \delta a_n = 0 \quad (\text{III.4})$$

Como as variações δa_i são arbitrárias, a equação (III.4) se transforma em um sistema de equações homogêneas da forma:

$$\frac{\partial Y}{\partial a_i} = 0 \quad ; \quad i=1,2,\dots,n \quad (\text{III.5})$$

Com isso, obtém-se então um sistema de equações lineares a ser resolvido desde que se cumpram as condições:

- a) as funções aproximadoras $v(x)$ devem ser contínuas até uma ordem menor do que a maior derivada do integrando.
- b) cada função $N_i(x)$ deve satisfazer, individualmente, as condições essenciais de contorno.
- c) a sequência de funções $N_i(x)$ deve ser completa.

Negligenciado-se aqui a forma de aplicação das condições de contorno naturais e outros detalhes importantes pertinentes ao método, em linhas gerais, pode-se dizer que esta é ideia central por trás do Método de Rayleigh-Ritz.

III.1.1.2 Método de Galerkin

A diferença primordial entre o método de Rayleigh-Ritz e o método de Galerkin está no fato de o segundo não requerer a existência de um funcional. Galerkin faz uso direto da equação diferencial que descreve o problema - a chamada forma forte. Embora seja diferente de Rayleigh-Ritz, o método de Galerkin produz os mesmos resultados (ASSAN, 2003).

Em Galerkin, para se resolver uma equação diferencial (ou um sistema destas equações), substitui-se na equação uma função aproximadora que deve satisfazer as condições de contorno. Como a função aproximadora não é a solução

exata da equação diferencial, tem-se então um resíduo a ser ponderado através de funções ditas “aproximadoras” ($w(x)$) e o produto interno entre a função residual e a função aproximadora é suposto igual a zero no domínio da integração, determinando a condição de ortogonalidade.

Por exemplo, suponha-se um sistema de equações lineares da forma:

$$L y(x) = f \quad (\text{III.6})$$

Onde L é o operador e a função $y(x)$ satisfaz certas condições de contorno.

Admite-se então uma função aproximadora $v(x)$ para $y(x)$ que seja da forma

$$v(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i N_i(x) \quad (\text{III.7})$$

Onde $N_i(x)$ são funções que satisfazem as condições de contorno do problema. Substituindo $y(x)$ por $v(x)$, a igualdade (III.6) não mais se verifica, havendo então, um erro dado por:

$$\epsilon = L v(x) - f \quad (\text{III.8})$$

O método de Galerkin exprime a condição de ortogonalidade entre a função ϵ e as funções ponderadoras resultando em:

$$\int_V (L v(x) - f) N_i dV = 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{III.9})$$

Os coeficientes α_i provêm da solução do sistema de n equações representado pela igualdade (III.9). Os coeficientes α_i são determinados, então, de modo que os resíduos se anulem em cada integração ponderada.

Segundo Bathe (1996), a vantagem de se empregar o método dos resíduos ponderados, em comparação com os métodos variacionais, é que a solução de equações simultâneas recai na solução de sistemas de equações lineares algébricas, onde a matriz dos coeficientes é simétrica, como fica explícito no método de Galerkin.

No presente trabalho a formulação adotada baseia-se em Galerkin pelo motivo detalhado no parágrafo acima.

III.1.2 Discretização do Contínuo

Como já afirmado antes, o método dos elementos finitos consiste inicialmente em se transformar um sólido contínuo em uma associação de elementos discretos. Esta associação de elementos discretos é conFIGURAda na forma do que comumente se chama “malha de elementos finitos”. Esta malha portanto tem sua definição baseada no tipo de elemento adotado, mais especificamente, na quantidade de nós que compõe estes elementos. No que tange a análise aqui proposta, os elementos finitos a serem utilizados são planos (2D) e graças a geometria das estruturas de CCR foi possível a opção por elementos de geometria retangular.

Estas opções entram em conformidade com os trabalhos prévios (Krüger (2001), Silva (2003), Kavamura (2005) e Teixeira (2006)) onde com o uso do pacote comercial ANSYS®, as estruturas foram modeladas com os seguintes elementos:

- PLANE55 – elemento bilinear térmico
- PLANE42 – elemento bilinear estrutural
- PLANE77 – elemento biquadrático térmico
- PLANE183 – elemento biquadrático estrutural

Os elementos PLANE55 e PLANE42 são compostos de 4 nós e os elementos PLANE77 e PLANE183 compostos de 8 nós conforme é mostrado na (FIGURA III.1).

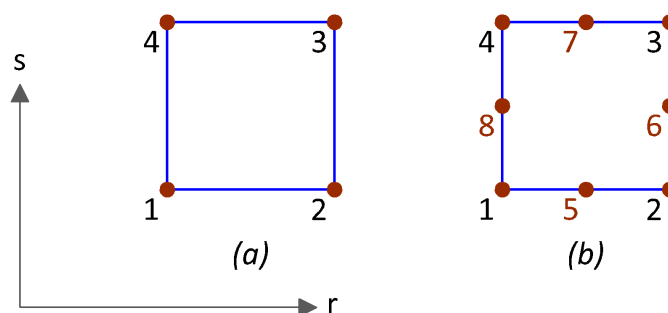


FIGURA III.1 - (A) DISPOSIÇÃO DE NÓS DOS ELEMENTOS PLANE55, PLANE 42 (ANSYS) E CPE4T (ABAQUS); (B) DISPOSIÇÃO DE NÓS DOS ELEMENTOS PLANE77 , PLANE183 (ANSYS) E CPE8T (ABAQUS)

Segundo a proposta de utilização da versão educacional do pacote

comercial ABAQUS®, elementos correspondentes aos do ANSYS® foram encontrados para modelagem. Entretanto, o procedimento utilizado no ABAQUS® para efetuar as análises diferiu um pouco do utilizado nos trabalhos anteriores. Nos trabalhos anteriores, fazendo uso do ANSYS ® foram realizadas análises sequenciais (primeiro a térmica e em um segundo passo intercalado a estrutural), o que exigiu então a definição de elementos diferentes para obtenção do campo de temperaturas e posterior determinação do campo de deslocamentos e tensões. No ABAQUS ®, a modelagem comparativa para validação do código PYTHON desenvolvido (pySTEC), foi feita com o uso de elementos que acoplam os efeitos térmicos e estruturais, sendo portanto desnecessária a troca de elementos durante a execução da rotina de simulação.

A saber estes elementos são:

CPE4T - elemento termo estrutural acoplado bilinear (4 nós)

CPE8T - elemento termo estrutural acoplado biquadrático (8 nós)

No código pySTEC, além do elemento lagrangiano de 4 nós e do elemento serendipity de 8 nós, foi também implementado um elemento lagrangiano de 9 nós, esboçado na (FIGURA III.2), com o intuito de se proceder uma comparação com os resultados do elemento de 8 nós.

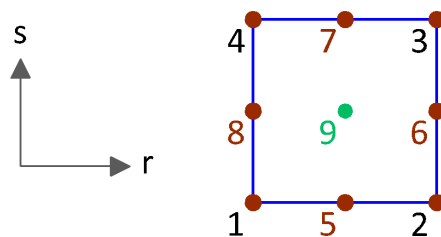


FIGURA III.2 - ELEMENTO LAGRANGIANO DE 9 NÓS (ETE9)

Por questões de mera organização estes elementos do código pySTEC são aqui nomeados da seguinte forma.

ETE4 – elemento termo estrutural bilinear de 4 nós

ETE8 – elemento termo estrutural biquadrático de 8 nós

ETE9 – elemento termo estrutural biquadrático de 9 nós

III.1.2.1 Elementos Finitos Isoparamétricos

Segundo Bhavikatti (2007), para representar contornos curvos uma das possibilidades é o emprego de malhas muito refinadas de elementos com bordas retas. Entretanto, os resultados obtidos por este método não são satisfatórios dado que concentrações de tensões desnecessárias são introduzidas nos modelos. Elementos de ordem superior também não são suficientes para superar o problema de aproximar contornos curvos de maneira aquedada. Devido a isso, o conceito de “elemento isoparamétrico” revolucionou as análises em elementos finitos.

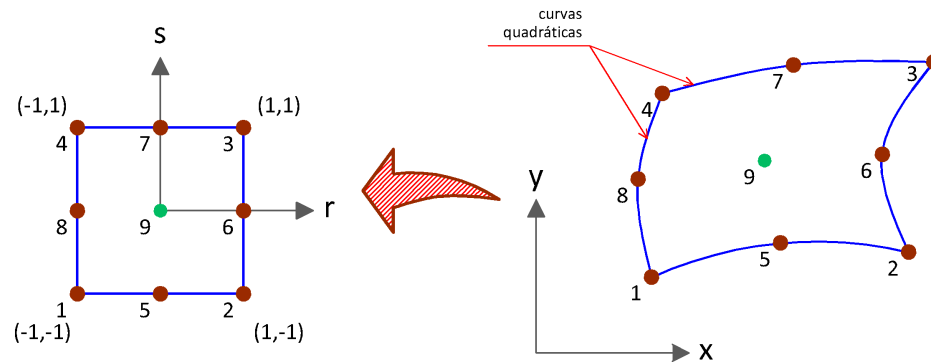


FIGURA III.3 - MAPEAMENTO ENTRE O SISTEMA DE COORDENADAS REAL (X, Y) E NATURAL (R,S)

A ideia fundamental é partir de um processo de mapeamento de todos os elementos da malha, referenciados ao sistema de coordenadas dito “real”, para trazer o cálculo destes elementos para dentro de um sistema de coordenadas chamado “natural”. No sistema de coordenadas natural, o elemento sempre mantém uma forma regular quadrada, simplificando o processo de integração numérica, de modo que por meio de uma transformação de coordenadas no sentido inverso, os resultados sejam então lançados para os nós do elemento no sistema de coordenadas real, onde sua forma apresenta-se distorcida (KWON; BANG, 2000).

Neste contexto, o termo isoparamétrico surge com o fato de se adotar como base do mapeamento entre os sistemas as mesmas funções utilizadas como funções de interpolação. O prefixo “iso” justifica-se pelo fato de que a mesma base

de funções mapeia as coordenadas dos nós como também interpola os valores nodais dos graus de liberdade que estão sendo calculados.

Por exemplo, imagine-se que a se queira calcular a integral de área da função $f(x, y)$, sendo o sistema real de coordenadas um plano com sistema de eixos x e y , e os limites de integração sendo x_0, x_f, y_0, y_f .

$$\int_{x_0}^{x_f} \int_{y_0}^{y_f} f(x, y) \, dx \, dy \quad (\text{III.10})$$

Em seguida tome-se as funções de interpolação $N_i(r, s)$, adotadas como “funções de forma” utilizadas na aplicação do método dos elementos finitos, que no entanto são definidas não no sistema real (x, y) e sim no sistema natural (r, s) de coordenadas.

Dessa forma, o mapeamento do sistema real para o sistema natural de coordenadas é feito como:

$$x_{rs} = \sum_{i=1}^n x_i N_i(r, s) ; \quad y_{rs} = \sum_{i=1}^n y_i N_i(r, s) ; \quad i=1, 2, \dots, n \quad (\text{III.11})$$

Onde x_{rs} é valor da coordenada x do sistema real, escrita em sua posição equivalente no sistema natural, e y_{rs} o mesmo porém para coordenada y . A partir deste mapeamento é possível a construção de uma matriz Jacobiana

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{rs}}{\partial r} & \frac{\partial y_{rs}}{\partial r} \\ \frac{\partial x_{rs}}{\partial s} & \frac{\partial y_{rs}}{\partial s} \end{bmatrix} \quad (\text{III.12})$$

Essa matriz processa a transformação linear entre os sistemas de coordenadas. Calculando-se o determinante da matriz Jacobiana ($\det([J])$) é possível avaliar a integral antes enunciada com as seguintes alterações em sua expressão:

$$\int_{x_0}^{x_f} \int_{y_0}^{y_f} f(x, y) \, dx \, dy = \int_{r_0}^{r_f} \int_{s_0}^{s_f} f(x_{rs}, y_{rs}) \det([J]) \, ds \, dr \quad (\text{III.13})$$

Um detalhe importante a ser notado aqui é que, quando a integral no domínio natural é avaliada sobre derivadas das funções em relação as coordenadas espaciais, pela regra da cadeia, é exigido que se inverta a matriz jacobiana e

multiplique-se os termos desta inversão adequadamente com os termos do mapeamento.

III.1.3 Funções de Interpolação

Das afirmações feitas nas seções prévias é possível perceber a importância das “funções de forma” a serem escolhidas para o desenvolvimento do método dos elementos finitos.

Funções polinomiais são utilizadas devido a sua fácil integração e diferenciação. O grau do polinômio escolhido depende do número de nós dos elementos, do número e natureza das incógnitas em cada nó e dos requisitos de continuidade impostos nos nós e no contorno.

As funções de interpolação geram matrizes das funções de forma [N] sobre as quais os elementos finitos são formulados (BATHE,1996).

Enfim, no código PYTHON desenvolvido, as mesmas funções de forma foram definidas e aplicadas tanto na modelagem térmica quanto na modelagem estrutural. Dessa forma, três conjuntos de funções de forma foram escolhidos em correlação com as três geometrias definidas: ETE4, ETE8 e ETE9, tomadas a partir de Kwon e Bang (2000).

Para o elemento bilinear de 4 nós o conjunto de funções de forma é:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-r)(1-s) \\ N_2 &= \frac{1}{4}(1+r)(1-s) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+r)(1+s) \\ N_4 &= \frac{1}{4}(1-r)(1+s) \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

Para o elemento biquadrático de 8 nós :

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{1}{4}(1-r)(1-s)(-1-r-s) & N_5 &= \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s) \\
 N_2 &= \frac{1}{4}(1+r)(1-s)(-1+r-s) & N_6 &= \frac{1}{2}(1+r)(1-s^2) \\
 N_3 &= \frac{1}{4}(1+r)(1+s)(-1+r+s) & N_7 &= \frac{1}{2}(1-r^2)(1+s) \\
 N_4 &= \frac{1}{4}(1-r)(1+s)(-1-r+s) & N_8 &= \frac{1}{2}(1-r)(1-s^2)
 \end{aligned} \tag{III.15}$$

E por fim, para o elemento biquadrático de 9 nós :

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{1}{4}(r^2-r)(s^2-s) & N_5 &= \frac{1}{2}(1-r^2)(s^2-s) \\
 N_2 &= \frac{1}{4}(r^2+r)(s^2-s) & N_6 &= \frac{1}{2}(r^2+r)(1-s^2) \\
 N_3 &= \frac{1}{4}(r^2+r)(s^2+s) & N_7 &= \frac{1}{2}(1-r^2)(s^2+s) \\
 N_4 &= \frac{1}{4}(r^2-r)(s^2+s) & N_8 &= \frac{1}{2}(r^2-r)(1-s^2) \\
 & & N_9 &= (1-r^2)(1-s^2)
 \end{aligned} \tag{III.16}$$

III.2 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS – DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL

A simulação computacional da construção de estruturas de concreto em camadas leva em conta, além das dimensões espaciais, a dimensão temporal, o que configura um problema de análise transiente. O método dos elementos finitos, da forma como até então foi descrito, cumpre o papel de calcular os campos de temperatura e de deslocamentos das estruturas de concreto. Todavia nada foi dito ainda quanto a variação destes campos ao longo do tempo. Isso diz respeito ao procedimento de discretização temporal do problema, que pode muito bem ser efetuado por uma reaplicação do método dos elementos finitos sobre a variável tempo. Entretanto, conforme pode ser constatado na maioria das literaturas que referenciam análises transientes, ressaltando aqui algumas como Gosz (2006), Teixeira-Dias et al. (2010) e Smith; Griffiths (2004), a discretização temporal torna-se facilitada pelo emprego do método das diferenças finitas.

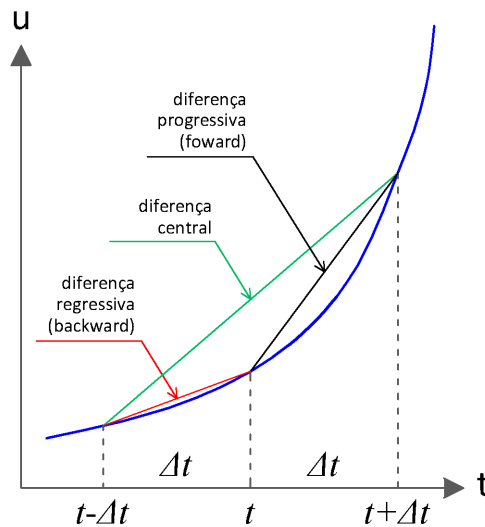


FIGURA III.4 - TRÊS FORMAS DIFERENTES DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Segundo Kavamura (2005), o método das diferenças finitas baseia-se na discretização da dimensão tempo, bem como também, caso se deseje, da dimensão espacial, aplicando para isso a expansão em séries de Taylor, omitindo as derivadas de ordem superior.

A discretização no tempo permite aproximar o valor da derivada temporal de uma determinada grandeza u no instante de tempo t como sendo uma relação entre a variação linear da grandeza dentro de um intervalo de tempo. Esta derivada pode ser calculada de 3 formas diferentes, as quais estão resumidas na (FIGURA III.4).

Para calcular a derivada podem ser empregados os valores posteriores (forward) como na Equação (III.17), ou anteriores (backward) como na equação (III.18) ou ainda a média central (média aritmética entre valores posteriores e anteriores) exposta na equação (III.19) .

$$\frac{\partial T}{\partial t} \simeq \frac{T(t_{i+1}) - T(t_i)}{\Delta t} \quad (\text{III.17})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} \simeq \frac{T(t_i) - T(t_{i-1})}{\Delta t} \quad (\text{III.18})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} \simeq \frac{T(t_{i+1}) - T(t_{i-1})}{2 \Delta t} \quad (\text{III.19})$$

Cada um destes 3 métodos apresenta suas vantagens e desvantagens:

- O método forward (progressivo) fornece o resultado através do cálculo dos valores do vetor de incógnitas em um sistema de equações lineares algébricas. Por isso é denominado de método Direto, Explícito ou de Método de Euler. Mas para que o método seja estável e tenha boa convergência é necessário que o passo temporal seja muito mais refinado que o espacial;
- O método backward (regressivo) é conhecido como método implícito, pois para se resolver o sistema de equações é necessário inverter a matriz dos coeficientes;
- O método da diferença central pode levar a sistemas mal-condicionados e instáveis em determinados casos.

No desenvolvimento do código PYTHON (pySTEC) as análises térmica e estrutural são feitas de forma separada. Assim sendo, antes de se processar a análise estrutural, todo o campo de temperaturas da estrutura, em cada passo de tempo da análise, é calculado de antemão em uma análise transiente linear, empregando o método das diferenças finitas regressivas (backward). Isto se justifica, conforme afirma Gosz (2006), devido ao fato de que para problemas térmicos transientes e lineares, a abordagem com o método das diferenças finitas regressivas (backward) leva a um esquema que integração temporal incondicionalmente estável, dada a natureza do fenômeno de condução de calor.